

Thema Nr. 1
(Aufgabengruppe)

Es sind alle Aufgaben dieser Aufgabengruppe zu bearbeiten!

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie alle Zwischenkörper $\mathbb{Q} \subset K \subset \mathbb{Q}(\sqrt[17]{19})$. (4 Punkte)

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass die symmetrische Gruppe vom Grad 4 mindestens 24 Untergruppen besitzt. (6 Punkte)

Aufgabe 3:

Sei E ein endlicher Körper mit 8 Elementen. Bestimmen Sie alle möglichen Minimalpolynome der Elemente von E über dem Primkörper F von E . (6 Punkte)

Aufgabe 4:

Sei E ein endlicher Körper mit 81 Elementen.

- a) Wie viele Untergruppen besitzt die multiplikative Gruppe E^* ?
- b) Sei F Primkörper von E .
Wie viele Elemente $z \in E$ mit $E = F(z)$ gibt es?

(6 Punkte)

Aufgabe 5:

- a) Bestimmen Sie die Anzahl der Zahlen $a \in \mathbb{N}$, so dass:

$$1 \leq a < 42$$

$$x^2 \equiv a \pmod{42} \text{ für ein } x \in \mathbb{Z}.$$

- b) Welche Einheiten des Rings $\mathbb{Z}/42\mathbb{Z}$ kommen als quadratische Reste vor?

(6 Punkte)