##

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**EXKURSION: IX-QUADRAT**

Vorbereitung - Lösung

**BEWEISEN – Satz des Pythagoras**

**WARM UP:**

* **Zerlege das Sechseck UVWXYZ in der Abbildung durch senkrechte und waagrechte Strecken in rechtwinklige Dreiecke und Rechtecke.
⇒ siehe Bild**
* **Füge dann in der Abbildung Bezeichnungen für die Flächeninhalte dieser Teilfiguren hinzu. Markiere in dem rechtwinkligen Dreieck mit der Kennzeichnung „A1“ die zur Grundlinie gehörende Höhe. Gib eine geschicktere Wahl für die Grundlinie und Höhe in diesem Dreieck an.
Benutze als Höhe eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks**

**Berechne anschließend anhand deiner Zerlegung nachvollziehbar den Flächeninhalt des Sechsecks.
 , ,**

 **, ,**

**⇒**

******

**Zwei** Kästchenbreiten in der Abbildung entsprechen einer Längeneinheit!

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**Der Satz des Pythagoras**

**BEHAUPTUNG (in Worten):**

 **Bei einem rechtwinkligen Dreieck ergibt die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten stets den Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse.**

 **BEHAUPTUNG (formalisiert):**

**In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Kathetenlängen a und b und der Hypotenusenlänge c gilt**

 **BEWEIS.**

**Sei das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse gegeben:**

****

**Wir können dieses vervierfachen und aus den Dreiecken ein Quadrat der folgenden Form zusammensetzen**:

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**SCHRITT 1 (gemeinsam!):
Zeige, dass das blaue Viereck in der Mitte ein Quadrat ist.**

**Lösung:**

**Alle blauen Seiten haben die gleiche Länge c, daher ist das Viereck eine Raute.**

**Für die Innenwinkel der Raute gilt jeweils 180° – α – β = 90°, daher ist das**

**Viereck ein Quadrat.**

**SCHRITT 2 (Partnerübung):**

**Bestimme den Flächeninhalt des äußeren (großen) Quadrats auf drei verschiedene Arten!**

**Lösung 1:**

 **Lösung 2:**

 **Lösung 3:**

**SCHRITT 3 (gemeinsam!):**

**Leite mit zwei der Gleichungen aus Schritt 2 den Satz des Pythagoras her!**

**Lösung:**

**Bestätige mithilfe der (nicht verwendeten) Gleichung einen weiteren bereits bekannten Zusammenhang und benenne diesen korrekt!**

**Lösung:**

**Das ist die 1. Binomische Formel.**

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**Übungen:**

|  |  |
| --- | --- |
| **ARBEITSAUFTRAG 01:****Gegeben ist das Rechteck ABCD mit den Seitenlängen 4cm und 6cm. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der längeren Seite.** | Ein Bild, das Reihe, Diagramm, Entwurf, Design enthält.  KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein. |

* **Zeige, dass die vier Teildreiecke AED, EBF, FCG und DHG zueinander ähnlich sind.**
* **Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks EFGH.**

**Beschreibe eine weitere Möglichkeit, den Flächeninhalt zu berechnen.**

**ARBEITSAUFTRAG 02**

**Analog zeigt man, dass alle 4 Teiledreiecke ähnlich sind.**

**Alle Winkel in den beiden Dreiecken AED und EBF sind gleich, daher sind die beiden Dreiecke ähnlich.**

 **aus I und III ⇒ β1 = β2**

**Innenwinkelsumme im Dreieck EBF ⇒ α2 + 90° + β2 = 180° (III)**

**aus I und II ⇒ α1 = α2**

**Winkel an der Gerade AB mit Scheitel E ⇒ β1 + 90° + α2 = 180° (II)**

**Innenwinkelsumme im Dreieck AED ⇒ 90° + β1 + α1 = 180° (I)**

**Winkelbetrachtungen (Ähnlichkeitssatz WW)**

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**ARBEITSAUFTRAG 01:**

Die Dreiecke sind ähnlich (Aufgabe a), also sind die jeweiligen Seitenverhältnisse gleich:

 ⇒ ⇒

 ⇒ ⇒

Pythagoras

 ⇒

 ⇒





**Zuerst berechnet man den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD. Anschließend die Flächeninhalte der rechtwinkligen Teildreiecke AED, EBF, FCG und GDH.**

**Der Flächeninhalt des Rechtecks EFGH erhält man, in dem man vom Flächeninhalt des Rechtecks ABCD die Flächeninhalte der Teildreiecke subtrahiert.**

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**ARBEITSAUFTRAG 02:**

**Gegeben ist jeweils ein rechtwinkliges Dreieck. Bestimme mithilfe des Satz des Pythagoras die Länge der dritten Seite.**

* **Die Länge der einen Katheten beträgt 12 cm und die Länge der zweiten Kathete 5 cm.**
* **Die Länge der einen Kathete beträgt 4 dm, die Länge der Hypotenuse 50 cm.**



 **⇒**

 **| | ⇒**

JAHRGANGSSTUFE 09 I MATHEMATIK

**ARBEITSBLATT**

**ARBEITSAUFTRAG 03:**

**Großes Interesse besteht bezüglich der Länge des Schafts der TUM-Junior Lupe 😉**

**Lüfte dieses wohl gehütete Geheimnis mithilfe der folgenden aus dem TUM-Junior Headquarter „geleakten“ Information.**





 **⇒**