

Akustik (AKU)

Themengebiet: Mechanik

1 Stichworte

Schallausbreitung, Schallgeschwindigkeit, stehende Welle

2 Literatur

L. Bergmann, C. Schäfer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1*, de Gruyter
D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer

3 Grundlagen

3.1 Wellen in elastisch deformierbaren Medien

Betrachtet man ein elastisches Medium bei dem ein Masselement aus seiner Gleichgewichtslage verschoben wird, so erfährt dieses eine in die Ruhelage zurücktreibende Kraft. Die Ursache dafür sind in Festkörpern die Bindungskräfte zwischen den Atomen, in Flüssigkeiten und Gasen eine Druckänderung, die durch die Verschiebung entsteht.

Durch diese rücktreibende Kraft kommt es zu einer Schwingung des Masselements um seine Gleichgewichtslage.

Allerdings kann man das Masselement nicht isoliert betrachten. Es kommt genauso zu einer Kraftwirkung auf benachbarte Masselemente, und die Schwingung breitet sich so als Welle im Medium aus.

Dabei unterscheidet man zwei Arten von Wellen (s. Abb. 1):

Transversalwellen: Die Schwingungsrichtung ist senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

Longitudinalwellen: Die Schwingungsrichtung ist parallel zur Ausbreitungsrichtung.

In Gasen und Flüssigkeiten treten nur longitudinale Schallwellen auf, in Festkörpern können sich durch Scherkräfte auch transversale akustische Wellen bilden.

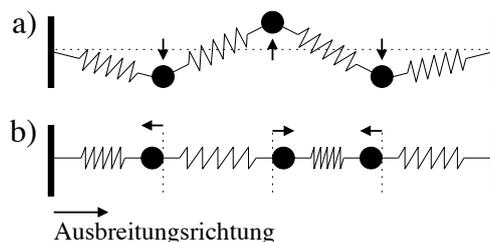


Abbildung 1: Transversale (a) und longitudinale (b) Schwingungen.

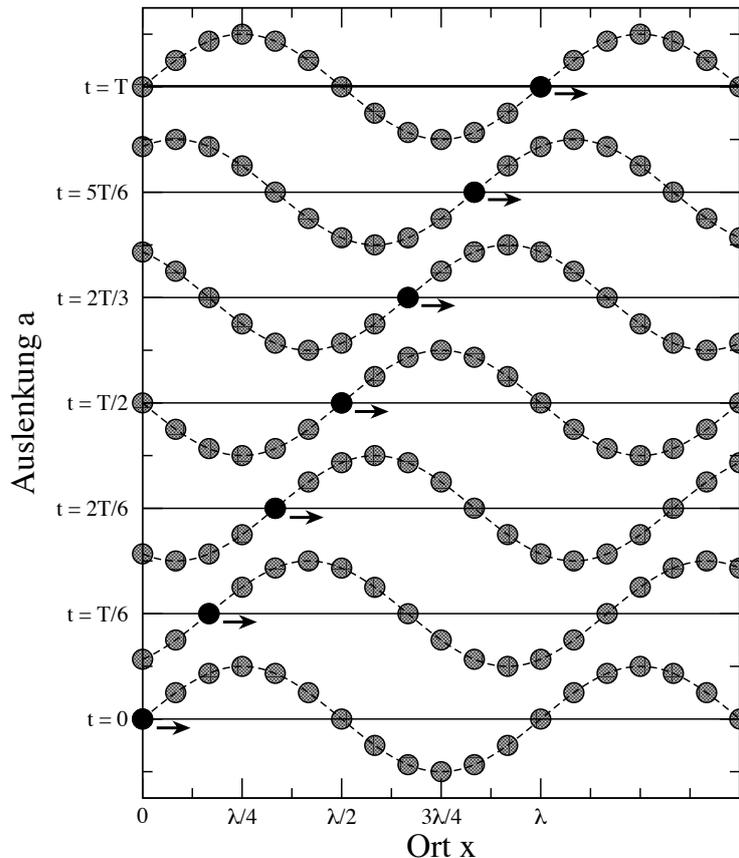


Abbildung 2: Ausbreitung einer Welle im elastischen Medium

3.2 Charakteristische Größen

Betrachtet man eine harmonische, also sinusförmige, Welle, so sieht man, dass an jedem Ort x die Auslenkung a nach einer Schwingungsdauer T wieder dieselbe ist, wie zum Zeitpunkt $t = 0$. Räumlich betrachtet hat sich die Welle in der Zeit $t = T$ genau um eine Wellenlänge λ verschoben (s. Abb. 2).

Mathematisch lässt sich dieses Verhalten über die Gleichung

$$a(t, x) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi) \quad (1)$$

beschreiben. Dabei bedeuten A die Schwingungsamplitude, $\omega = 2\pi/T$ die Kreisfrequenz, $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl und φ eine (von den Startbedingungen abhängige) Phase.

Aus der Verschiebung der Welle um eine Wellenlänge pro Schwingungsperiode lässt sich die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich der Schwingungszustand (die Phase) der Welle im Medium ausbreitet. Diese Phasengeschwindigkeit ist gegeben durch

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = f \cdot \lambda \quad (2)$$

wobei man mit $f = 1/T$ die Frequenz der Schwingung bezeichnet ¹.

¹Die Einheit der Frequenz ist 1 Hz = 1/s. Sie soll nur für Frequenzen verwendet werden, Bei anderen Größen, wie z.B. der Kreisfrequenz oder bei Dämpfungskonstanten schreibt man 1/s.

3.3 Zusammenhang der Schallgeschwindigkeit von Materialgrößen

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen in elastischen Medien hängt von der Dichte ρ des Mediums und der Kopplung zwischen den Atomen des Mediums ab.

Festkörper

Im Festkörper treten sowohl longitudinale als auch transversale akustische Wellen auf, deren Ausbreitungsgeschwindigkeit vom Elastizitätsmodul E und vom Schubmodul G abhängt. Für lange Stäbe gilt, wenn der Durchmesser deutlich kleiner als die Schallwellenlänge ist, die Näherung:

$$v_{\text{FK,longitudinal}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{und} \quad v_{\text{FK,transversal}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3)$$

Flüssigkeiten und Gase

In Flüssigkeiten und Gasen tritt anstelle des Elastizitätsmoduls E das Kompressionsmodul K . Das für das für transversale Wellen notwendige Schubmodul verschwindet. Die resultierende Phasengeschwindigkeit für longitudinale Schallwellen ist dann

$$v_{\text{Fl,Gas}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (4)$$

wobei das Kompressionsmodul durch die relative Änderung des Volumens V bei einer Druckänderung gegeben ist

$$\frac{1}{K} = -\frac{1}{V} \cdot \left(\frac{dV}{dp} \right) \quad (5)$$

Bei idealen Gasen gilt für adiabatische Zustandsänderungen der Zusammenhang zwischen Druck und Volumen

$$p \cdot V^\kappa = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (6)$$

wobei der Adiabatenkoeffizient κ der Quotient der spezifischen Wärmekapazitäten des Gases bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen ist.

Mit dem Ansatz (6) und den Gleichungen (4) und (5), erhält man für die Schallgeschwindigkeit in einem idealen Gas

$$v_{\text{Gas}} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}} \quad (7)$$

wobei die letzte Umformung über die ideale Gasgleichung mit der Gaskonstante R , der Temperatur T und der molaren Masse M des Gases erfolgte.

Die Schallgeschwindigkeit in idealen Gasen hängt nach Gleichung (7) also von der Wurzel der absoluten Temperatur ab

$$v_{\text{Gas}}(T) = v_{\text{Gas}}(T_0) \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}} \quad (8)$$

3.4 Stehende Wellen

Betrachtet man zwei im Medium gegeneinander laufende Wellen mit gleicher Kreisfrequenz ω , gleicher Amplitude A und einer beliebigen (aber festen) Phase φ

$$a_1(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) \quad (9)$$

$$a_2(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot x + \varphi) \quad (10)$$

so erhält man als Resultat eine *stehende Welle*

$$\begin{aligned} a(x,t) &= a_1(x,t) + a_2(x,t) \\ &= 2 \cdot A \cdot \underbrace{\cos\left(\omega \cdot t + \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \underbrace{\cos\left(k \cdot x + \frac{\varphi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (11)$$

An den Orten, an denen der zweite cos-Term verschwindet, entstehen Schwingungsknoten, hier ist die Amplitude immer Null. An den Orten, an denen die Amplitude Maximal ist, der zweite cos-Term also ± 1 ist, sind Schwingungsbäuche.

Die Bewegung beiderseits der Knoten ist entweder auf die Knoten zu oder von ihnen weg gerichtet. Die dadurch erzeugte Druckänderung ist gerade an den Auslenkungsknoten am stärksten. Die Druckwelle ist gegen die Auslenkungswelle gerade um $\lambda/2$ verschoben, Auslenkungsknoten sind Druckbäuche und umgekehrt.

Eine stehende Welle lässt sich z.B. durch Überlagerung einer einfallenden Welle mit einer reflektierten Welle erreichen. Bei der Reflexion an einer Wand oder an einem geschlossenen Rohrende tritt ein Phasensprung von π auf, einlaufende und reflektierte Welle schwingen hier gegenphasig, hier liegt also immer ein Schwingungsknoten. Bei der Reflexion an einem offenen Rohrende tritt kein Phasensprung auf, hier liegt ein Schwingungsbauch.

Betrachtet man nun eine Welle in einem Rohr, so wird diese beim Erreichen des Endes reflektiert. Die rücklaufende Welle wird ihrerseits am Anfang des Rohres reflektiert. Eine stehende Welle kann sich nun aber nur ausbilden, wenn die zweifach reflektierte Welle mit der ursprünglich einfallenden identisch ist. Für ein beidseitig geschlossenes oder beidseitig offenes Rohr führt dies zu einem Zusammenhang zwischen der Länge l des Rohrs und möglichen Wellenlängen bzw. Frequenzen der Schwingungen

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad f = n \cdot \frac{v}{2l}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (12)$$

Für ein einseitig geschlossenes Rohr gilt die Bedingung

$$l = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{4}, \quad f = \frac{(2n - 1) \cdot v}{4l}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (13)$$

In Abbildung 3 sind die ersten drei Schwingungsmoden für alle drei Fälle skizziert.

Am offenen Ende eines realen Rohrs reicht die stehende Welle etwas in den Außenraum hinein. Die effektive Länge l ist dann etwas größer als die Länge l des Rohrs.

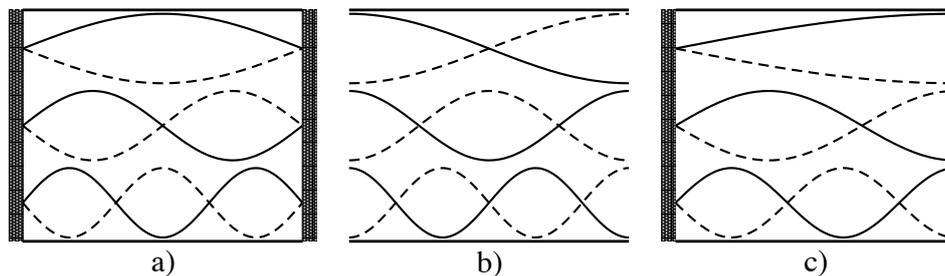


Abbildung 3: Grundschwingung (oben) und die ersten beiden Oberschwingungen einer Luftsäule in einem Rohr, das a) beidseitig geschlossen, b) beidseitig offen und c) einseitig geschlossen ist.

4 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

4.1 Bestimmung durch Laufzeitmessung

Die direkte Herangehensweise zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit ist die Messung der Zeit, die ein kurzer Schallimpuls zum zurücklegen einer bestimmten Strecke braucht.

In Gasen kann man dazu zwei Mikrofone in einer Achse mit der Schallquelle positionieren, und aus der Zeitverschiebung der Signale der beiden Mikrofone und deren Abstand direkt die Geschwindigkeit berechnen. Ein solcher Aufbau ist in Abbildung 4 gezeigt

In Festkörpern ist dies nicht so einfach möglich. Hier nimmt man einen Stab aus dem Material, dessen Schallgeschwindigkeit bestimmt werden soll, und befestigt einen Schallaufnehmer am Ende eines Stabes. Erzeugt man nun am anderen Ende einen Schallimpuls, der durch den Stab läuft, so erzeugt dieser beim Erreichen des Stabendes einen Signalimpuls. Der Schallimpuls wird jeweils an den Stabenden reflektiert, und erzeugt immer beim Erreichen des Detektors weitere Signale (vgl. Abb. 5). Aus der Zeitdifferenz der Signale und der Stablänge lässt sich die Schallgeschwindigkeit ermitteln.

Zu beachten ist, dass in Festkörpern sowohl longitudinale als auch transversale Schallwellen angeregt werden können, für die unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten gelten. Man misst dann eine Überlagerung beider Moden.

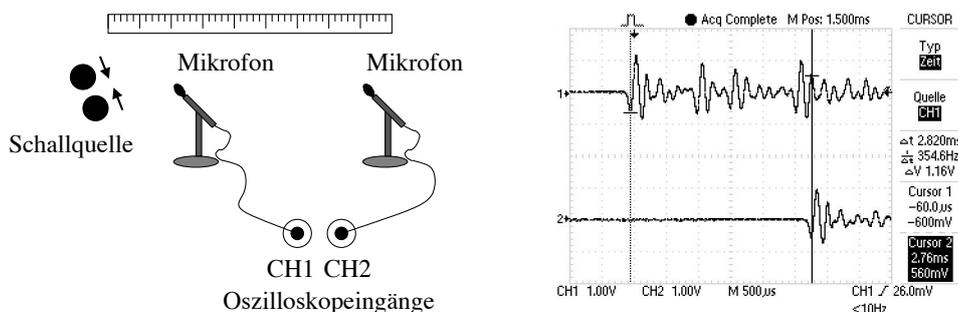


Abbildung 4: Aufbau zur direkten Messung der Schallgeschwindigkeit in Gasen. Rechts ist ein typisches Bild am Oszilloskop dargestellt.

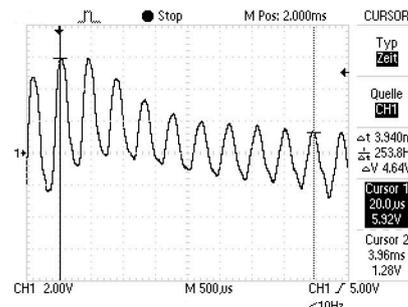
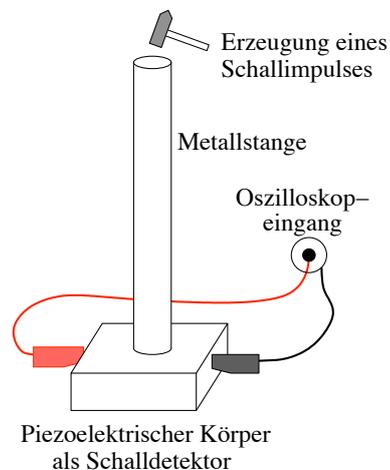


Abbildung 5: Aufbau zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Festkörpern. Rechts ist ein typisches Bild am Oszilloskop dargestellt.

4.2 Bestimmung über stehende Wellen

Regt man eine Luftsäule in einem Rohr mit einer festen Frequenz an, so lassen sich bei bestimmten Rohrlängen Resonanzen beobachten. Dies ist immer dann der Fall, wenn die Resonatorbedingung aus Gleichung (12) bzw. (13) erfüllt ist. Misst man die Länge des Rohres und die Anregungsfrequenz, so kann man die Schallgeschwindigkeit errechnen.

5 Aufgabenstellung und Versuchsdurchführung

In diesem Praktikumsversuch wird die Schallgeschwindigkeit in Luft und in verschiedenen Festkörpern bestimmt. Für die Versuchsdurchführung stehen Ihnen folgende Geräte zur Verfügung:

- Ein Oszilloskop
- Ein Frequenzgenerator mit Lautsprecher zur Anregung stehender Wellen
- ein Rohr mit verschiebbarem Stempel, in dem stehende Wellen angeregt werden.
- Stäbe verschiedener Materialien, in denen die Schallgeschwindigkeit bestimmt wird.
- Ein piezoelektrischer Körper als Schallaufnehmer in den Stäben
- Mikrofone zur direkten Messung der Schallgeschwindigkeit

5.1 Messung der Schallgeschwindigkeit in Festkörpern

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie für drei unterschiedliche Materialien die Schallgeschwindigkeit und daraus das Elastizitätsmodul E der Materialien.

Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 skizziert. Stellen Sie einen der Stäbe auf den piezoelektrischen Körper und fixieren Sie ihn oben an der Stativhalterung. Verbinden Sie die Anschlüsse des piezoelektrischen Körpers mit dem Oszilloskop (CH1).

Durch **vorsichtiges** Anschlagen des oberen Stabendes wird ein Schallimpuls erzeugt. Beobachten Sie das Signal am Oszilloskop. Verändern Sie die Einstellungen des Oszilloskops (Amplitude, Zeitbasis, Triggerlevel) so, dass ein auswertbares Signal entsteht. Die Funktionen des Oszilloskops kann/soll Ihnen der Versuchsbetreuer erklären.

Wählen Sie als Triggermode am Oszilloskop *Normal*, damit keine automatischen Triggerauslösungen erfolgen. Wenn ein auswertbares Signal angezeigt wird drücken Sie die *Stopp*-Taste, damit die Messung nicht versehentlich überschrieben wird.

Über die Funktion *Cursor* am Oszilloskop können Sie die Zeit zwischen den Signalimpulsen messen.

Sowohl das Bild als auch die Messdaten des Oszilloskops können gegebenenfalls auch auf einem USB-Stift gespeichert werden.

Für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit muss nun noch die Länge des Stabes gemessen werden.

Wiederholen Sie das Experiment noch mit zwei weiteren Stäben (andere Materialien).

Auswertung

Aus der Länge des Stabes und der Umlaufzeit des Schallimpulses im Stab können Sie die Schallgeschwindigkeit im Festkörper direkt bestimmen. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit Literaturwerten. Welche möglichen Gründe gibt es für Abweichungen?

Bestimmen Sie aus Ihrem Ergebnis für die Schallgeschwindigkeit das Elastizitätsmodul der Festkörper (vgl. Gl. 3). Nehmen Sie dabei an, dass nur longitudinale Wellen auftreten.

Bestimmung der Unsicherheiten

Für die beiden Messgrößen, die Stablänge l und die Umlaufzeit t , müssen zunächst der statistische und der systematische Anteil der Unsicherheit ermittelt werden.

Die Genauigkeit der Zeitbasis eines Oszilloskops ist typischerweise 0,01%, die Fertigungsgenauigkeit eines Meterstabs kann man auf etwa 5 mm über die Gesamtlänge abschätzen. Die daraus resultierenden Messabweichungen werden sich auch bei wiederholtem Messen (mit dem gleichen Gerät) nicht ändern, sie sind also systematischer Natur.

Nachdem bei diesem Versuch keine Mehrfachmessungen durchgeführt wurden, stellt sich noch die Frage nach statistischen Abweichungen. Hier muss man nach möglichen Unsicherheiten suchen, die bei einer Wiederholung der Messung wahrscheinlich zu einem anderen Ergebnis führen. Es gilt die Genauigkeit abzuschätzen, mit der sich die Messgrößen an den Geräten überhaupt ablesen lassen. Dies ist dann der (quasi-)statistische Anteil der Unsicherheit.

Mit der Fehlerfortpflanzung können Sie dann die statistische, die systematische und schließlich die gesamte Unsicherheit der Schallgeschwindigkeit ermitteln.

Für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls wird noch die Unsicherheit der Dichte benötigt. In der Tabelle 1 ist dazu eine Unsicherheit angegeben, nicht aber weiter spezifiziert, ob es sich um eine systematische oder statistische Unsicherheit handelt.

Da die Dichte der verwendeten Stoffe stark von der Zusammensetzung abhängt (auch die Aluminium-, Kupfer- und Eisenstangen sind nicht rein), sind die Angaben hier eher als systematische Unsicherheiten zu verstehen, einen statistischen Anteil kann man dann nicht angeben.

5.2 Messung der Schallgeschwindigkeit in Luft durch Laufzeitmessung

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit der Luft im Praktikumsraum durch eine Schalllaufzeitmessung. Berechnen Sie daraus den effektiven Adiabatenkoeffizienten κ von Luft.

Durchführung

Der Aufbau ist in Abbildung 4 skizziert. Auf der Dreikantschiene werden zwei Reiter mit den Mikrofonen befestigt. Die Position der Reiter lässt sich an der Markierung ablesen.

Verbinden Sie die beiden Ausgänge des Mikrofonverstärkers mit den beiden Kanälen des Oszilloskops, Sie können dann auf dem Oszilloskop beide Signale gleichzeitig sehen. Suchen Sie auch hier wieder sinnvolle Oszilloskopeinstellungen und fragen Sie im Zweifelsfall Ihren Betreuer.

Nun wird das Oszilloskop auf *Single Seq* gestellt. Durch Zusammenschlagen zweier Metallkugeln (auf der Verbindungsachse der Mikrofone) erzeugen Sie einen Schallimpuls. Da der Schall am zweiten Mikrofon später eintrifft, ist das Signal dieses Mikrofons verzögert. Die Zeitverzögerung kann wieder mit der *Cursor*-Funktion des Oszilloskops gemessen werden.

Der Abstand der Schallerzeugung vom ersten Mikrofon muss groß genug sein, damit der Unterschied der Signalstärken beider Mikrofone nicht zu groß wird.

Führen Sie die Messung für fünf bis zehn *verschiedene* Abstände der Mikrofone durch. Nutzen Sie dabei die Länge der Dreikantschiene voll aus.

Auswertung

Für die Auswertung tragen Sie die Messdaten (Wegdifferenz gegen Zeit) graphisch auf. Legen Sie durch die Messpunkte eine Ausgleichsgerade. Aus der Steigung der Geraden können Sie die Schallgeschwindigkeit bestimmen. Überprüfen Sie, ob die Gerade durch den Ursprung läuft, und überlegen Sie sich, welche Gründe ein möglicher Achsenabschnitt hat.

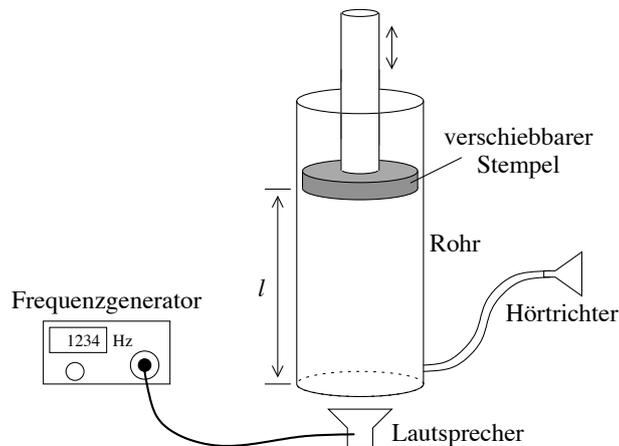


Abbildung 6: Aufbau zur Erzeugung stehender Wellen in einem Rohr.

Für die Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten nach Gleichung (7) werden noch die Dichte ρ der Luft und die Umgebungsbedingungen (Temperatur T und Druck p) benötigt². Mit den Standardbedingungen ($\rho_0 = 1,293 \text{ mg/cm}^3$, $T_0 = 0^\circ\text{C}$, $p_0 = 1013 \text{ hPa}$) lässt sich die Dichte über die ideale Gasgleichung errechnen.

Bestimmung der Unsicherheiten

Durch die Streuung der Messpunkte hat die Ausgleichsgerade eine Unsicherheit, die bestimmt werden muss. Diese enthält schon alle statistischen Unsicherheiten der Schallgeschwindigkeitsmessung.

Die Behandlung der systematischen Unsicherheiten erfolgt dann analog zur vorherigen Aufgabe.

Die statistischen und systematischen Unsicherheiten von Druck und Temperatur bei der Berechnung des Adiabatenkoeffizienten lassen sich analog zu denen von Abstand oder Zeit behandeln.

5.3 Messung der Schallgeschwindigkeit in Luft über stehende Wellen

Aufgabe 3:

Messen Sie die Schallgeschwindigkeit von Luft über stehende Wellen in einem Rohr.

Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 6 dargestellt. Stellen Sie den Frequenzgenerator auf *Sinussignal* und schließen Sie den Lautsprecher an. Wählen Sie eine Frequenz um 1 kHz. Verschieben Sie den Stempel im Rohr und prüfen Sie, ob Sie Resonanzmaxima finden können. Stellen Sie eine möglichst geringe Lautstärke ein, um die anderen Praktikumssteilnehmer zu schonen. Die Lautstärke muss aber so groß sein, dass Sie im Hörtrichter die

²Bei geschicktem Umstellen der Gleichungen braucht man nicht alle Größen

Resonanzmaxima deutlich erkennen können.

Über das im Rohr angebrachte Mikrofon können Sie die Resonanzstellen auch am Oszilloskop sichtbar machen.

Suchen Sie bei der eingestellten Frequenz nun systematisch die Resonanzmaxima, bei der kleinsten Rohrlänge beginnend (Stempel ganz unten). Messen Sie bei jedem Maximum die effektive Rohrlänge l (von der Öffnung bis zum Stempel).

Wiederholen Sie die Messung für zwei weitere Frequenzen, wobei die eine zwischen 500 Hz und 800 Hz, die andere zwischen 1500 Hz und 2000 Hz liegen soll.

Auswertung

Zur Auswertung tragen Sie die gemessene Länge l gegen die Ordnung der Resonanzmaxima für jede Frequenz getrennt auf. Legen Sie durch die Messdaten Ausgleichsgeraden. Aus der Steigung der Geraden und der Frequenz können Sie über Gleichung (13) die Schallgeschwindigkeit ermitteln.

Bestimmen Sie für alle drei Fälle die Unsicherheit und bilden Sie zum Abschluss den gewichteten Mittelwert.

Vergleichen Sie das Ergebnis für die Schallgeschwindigkeit mit dem aus Aufgabe 5.2 und mit dem theoretischen Wert.

Bestimmung der Unsicherheiten

Die statistischen Schwankungen sind auch hier wieder in der Unsicherheit der Geradensteigung enthalten. Eine systematische Unsicherheit resultiert aus der Genauigkeit des Maßstabes.

Die Unsicherheit der Frequenzmessung über den Frequenzgenerator ist vom Hersteller als ± 1 Digit angegeben. Dies ist der systematische Fehler und über die gesamte Messreihe gleich.

Bitte schalten Sie nach dem Versuch alle Mikrofone aus, um die Batterien zu schonen.

Tabelle 1: Dichte von Werkstoffen

Stoff	Dichte (g/cm³)
Aluminium	2,7±0,1
Eisen	7,8±0,1
Kupfer	8,95±0,05
Messing	8,6±0,2
Polyvinylchlorid (PVC)	1,4±0,2