

W-Seminar Arbeit

Moiré Thread Counter

Josias Höpfner

8. Dezember 2019

In dieser Arbeit geht es um die Messung der Fadendichte mithilfe des Moiré-Effekts im Vergleich zur herkömmlichen Methode. Dazu wird der Moiré-Effekt näher erklärt. Dann werden Versuche durchgeführt, um die beiden Messmethoden zu vergleichen. Dabei wird neben der Genauigkeit auch der Zeitaufwand gemessen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung - Der Moiré-Effekt im Alltag	3
2	Grundlagen	4
2.1	Stand der Wissenschaft	4
2.2	Grundlegende Größen	5
2.3	Physikalische Grundlagen	5
2.4	Mathematische Beschreibung	6
2.5	Das Lunometer	8
3	Experiment	9
3.1	Methodik	9
3.2	Versuchsdurchführung	9
3.3	Auswertung	14
4	Zusammenfassung	16
5	Danksagung	17
6	Quellenverzeichnis	17

1 Einleitung - Der Moiré-Effekt im Alltag

Im Alltag kann der Moiré-Effekt oft beobachtet werden, beispielsweise bei Geländern einer Autobahnbrücke, Fliegengittern oder bei Fotos von LCD-Bildschirmen. Oft ist er, wie zum Beispiel beim Bearbeiten von Fotos und Scans ein unerwünschter Nebeneffekt, den es loszuwerden gilt. Dabei erscheint er als ein Streifenmuster, welches parallel über den kleineren Mustern liegt (1). Jedoch kann er in manchen Fällen auch als Hilfsmittel genutzt werden, um mehr über die Gitter zu erfahren, die an seiner Entstehung beteiligt sind. [2]



Abbildung 1: Moiré-Muster an einem Brückengeländer [2]

Der Zusammenhang zwischen dem Moiré-Muster und den Gittern, auf denen er basiert, soll nun genutzt werden, um die Dichte von Stoffen zu messen. Zuerst soll das Phänomen über einen Vergleich mit der Interferenz von Wellen erklärt werden. Aus den theoretischen Überlegungen werden dann für die verschiedenen Arten des Effekts mathematische Formeln abgeleitet. Dann wird das Funktionsprinzip des Lunometers erklärt und in Experimenten an verschiedenen Stoffen ausprobiert. Die Messergebnisse des Lunometers werden danach mit den Werten aus der Messung mit Lupe und Lineal verglichen. Anschließend wird näher darauf eingegangen, in welchen Situationen die Messung mit dem Lunometer sinnvoller als das Auszählen der Fäden ist.

2 Grundlagen

2.1 Stand der Wissenschaft

Es wurden zu Folgenden Begriffen Internetsuchen durchgeführt:

- Lunometer
- Moiré-Effekt
- Interferenz
- Bestimmung der Stoffdichte

Unabhängige Forschung über die Genauigkeit des Lunometers und auch anderer Methoden, die auf dem Moiré-Effekt basieren wurde bei einer Recherche nicht entdeckt.

Zur Wirkweise des Lunometers wurde die mitgelieferte Dokumentation eingehend studiert und bei der Versuchsdurchführung berücksichtigt. [1]

Zum Moiré-Effekt existiert bereits eine mathematische Beschreibung. Diese wurde logisch nachvollzogen und zum besseren Verständnis des Effekts genutzt. [4]

Bei der Recherche zum Moiré-Effekt ist außerdem aufgefallen, dass dieses Phänomen in seiner Wirkweise mit der Interferenz zwischen zwei Wellen viel gemeinsam hat [3]. Dabei sind auch einige Parallelen zur Schwebung aufgefallen [5].

Um einen Vergleich zu der Stoffdichtenmessung durch den Moiré-Effekt ziehen zu können wurde noch nach verschiedenen Möglichkeiten die Stoffdichte einer Probe zu bestimmen gesucht. Eine triviale Methode besteht darin die Fäden

einzelnen mit Hilfe einer Lupe auszuzählen. Eine andere Methode wird mit dem Lunometer durchgeführt, welches in 2.5 genauer beschrieben wird und basiert auf dem Moiré-Effekt.

2.2 Grundlegende Größen

Der Moiré-Effekt (von frz. *moiré* für „marmoriert“) ist als ein grobes, verschwommenes Raster zu erkennen, das entsteht, wenn sich zwei regelmäßige Muster überlagern [4]. Da es sich bei den Stoffproben, mit denen gearbeitet wird, ausschließlich um Gewebe mit parallelen und regelmäßig angeordneten Fäden handelt, können sie als eindimensionale Raster beschrieben werden. Diese sind aus parallelen Linien aufgebaut, die in regelmäßigen Abständen angeordnet sind. Bei der mathematischen Beschreibung spielen verschiedene Parameter eine Rolle, die im Folgenden festgelegt werden:

- Die Teilung des Rasters a
- Die Rasterdichte $d = \frac{1}{a}$

Bei der Überlagerung zweier verschiedener Raster kommen noch andere Variablen hinzu:

- Den Verdrehungswinkel zwischen den Rastern α
- Die Differenz zwischen den Gitterabständen $\Delta a = a_2 - a_1$

2.3 Physikalische Grundlagen

Um den Moiré-Effekt zu erklären, bietet es sich an, ihn mit dem physikalischen Phänomen der Schwebung zwischen zwei Wellen zu vergleichen. Es gibt

einige Parallelen, an denen wir uns hierbei orientieren können, da sich bei der Schwebung ebenfalls zwei regelmäßige Wellen überlagern und sich daraus eine Schwingung mit niedrigerer Frequenz ergibt. [5]

Eine Schwebung kommt zustande, wenn sich zwei unterschiedliche Wellen mit den Frequenzen f_1 und f_2 überlagern. Dabei wird durch die Interferenz ein periodisches Auf und Ab der Amplitude erzeugt, welches eine viel geringere Frequenz hat. Die Frequenz dieser sogenannten Schwebung hängt davon ab, wie sich f_1 und f_2 voneinander unterscheiden. [5]

$$f_{Schwebung} = |f_1 - f_2| \quad (1)$$

Dieses Prinzip kann nun auf den Moiré-Effekt übertragen werden. Statt Wellen werden hierbei jedoch Gitter betrachtet, zwischen denen keine destruktive Interferenz stattfinden kann. Somit entstehen an den Orten, wo die Gitter miteinander übereinstimmen helle Stellen, da dort mehr vom Hintergrund zu sehen ist. Genauso sehen wir dort, wo die Gitter die geringste Übereinstimmung haben, weniger vom Hintergrund. Daraus folgt die Formel für die Gitterdichte der Moiré-Streifen $d_{Moiré}$ in Abhängigkeit der Gitterdichten d_1 und d_2 :

$$d_{Moiré} = |d_1 - d_2| \quad (2)$$

2.4 Mathematische Beschreibung

Um Voraussagen über die Moiré-Muster zu treffen, die bei den Experimenten mit verschiedenen Stoffproben und dem Lunometer beobachten werden, wird die mathematische Beschreibung des Effekts im Folgenden erklärt.

Moiré-Effekt bei parallelen Mustern

Aus der Umstellung der Gleichung (2) und des Zusammenhangs $d = \frac{1}{a}$ ergibt sich als Formel für die Rasterteilung des Moiré-Effekts zwischen zwei parallelen Mustern mit den Rasterteilungen a_1 und a_2 die Gleichung:

$$a_{Moiré} = \frac{a_1 \cdot a_2}{|a_1 - a_2|} \quad (3)$$

Moiré-Effekt bei Selbstüberlagerung eines Musters

Bei der Überlagerung eines Musters über sich selbst kommt es nur zu einem Moiré-Effekt, wenn das Muster gegen sich selbst verdreht ist. Dabei ist der Abstand der Moiré-Linien vom Rasterabstand a_1 und dem Verdrehungswinkel α abhängig. Für diesen Fall gilt die Formel, auf deren Herleitung im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden kann:

$$a_{Moiré} = \frac{a_1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (4)$$

Moiré-Effekt im Allgemeinen

Als Zusammenfassung der obigen Gleichungen (3) und (4) ergibt sich:

$$a_{Moiré} = \frac{a_1 \cdot a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \cos \alpha}} \quad (5)$$

Diese Formel bietet damit die Möglichkeit den Effekt für jede Konstellation der Parameter zu beschreiben. Bei den Experimenten wird jedoch nur mit Methoden gearbeitet, die zu den unter 2.4 und 2.4 beschriebenen Spezialfällen gehören. Letzteres bedeutet, dass nur ein Verständniß dieser Fälle vonnöten ist, um die Messmethoden der Versuche zu verstehen.

2.5 Das Lunometer

Das Lunometer ist ein Messgerät, um die Fadendichte einer Gewebeprobe zu bestimmen. Es macht sich dabei den Moiré-Effekt zwischen zwei parallelen, jedoch verschieden dichten Mustern, wie er in 2.4 beschrieben ist zunutze. Dafür sind auf dem Lunometer parallele Linien in immer größer werdenden Abständen aufgebracht, welche ein Moiré-Muster mit dem darunterliegenden Stoff bilden. Dort, wo die Liniendichte des Lunometers mit der Stoffdichte übereinstimmt, bildet sich also kein Moiré-Muster. (siehe Abb.:4) Damit kann man an der Skala am Rand des Messgerätes ablesen, wieviele Fäden der Stoff pro cm aufweist. Deshalb ist jedes Modell des Lunometers auf ein bestimmtes Messspektrum beschränkt. In den Experimenten wurde ein Lunometer Typ R verwendet, welches Fadendichten von $20-47 \frac{\text{Fäden}}{\text{cm}}$ messen kann. [1]

3 Experiment

3.1 Methodik

Bei der Betrachtung der Fadendichte verschiedener Stoffproben wurden in dieser Arbeit drei verschiedene Messverfahren ausprobiert:

- Messung mit Lupe und Lineal
- Messung mit dem Lunometer
- Messung über den Moiré-Effekt bei Selbstüberlagerung

Für jede Methode wurden beim Versuch die Fadendichte der jeweiligen Stoffprobe und die zur Messung benötigte Zeit festgestellt. So kann neben der Genauigkeit auch der Aufwand der drei Methoden verglichen werden.

Da ein Kontrollversuch zum Vergleich mit den Methoden, die den Moiré-Effekt nutzen, benötigt wird, wurde der Versuch mit Lupe und Lineal zuerst durchgeführt. Anschließend wurde die Stoffdichten mit dem Lunometer gemessen. Zuletzt wurde eine Methode angewandt, die auf den Moiré-Muster zwischen zwei identischen Stoffen basiert, und ausprobiert, ob sich diese Methode als Sinnvoll erweist.

3.2 Versuchsdurchführung

Da in jedem Experiment eine andere Methode angewandt wurde, wird ihre Durchführung im Rahmen der Versuchsbeschreibung noch genauer beschrieben.



Abbildung 2: Die von Links nach Rechts durchnummerierten Proben
Foto: Josias Höpfner

Stoffproben

Um die Messmethoden nicht nur an einer Probe auszuprobieren, sondern ein breiteres Spektrum an Gewebearten zu betrachten, wurden sechs verschiedene Stoffe mit beiden Methoden gemessen. Der Moiré-Effekt ist jedoch nur bei Stoffen möglich, die so gewebt wurden, dass die Fäden parallel verlaufen. Damit ist gewährleistet, dass alle drei Versuche sich auf die gleiche Rastergröße beziehen. Um die Tabellen der Versuchsergebnisse übersichtlich zu gestalten, wurden die Stoffstücke durchnummeriert und entsprechend mit einer Markierung versehen.

Versuch 1 - Lineal und Lupe

Zuerst wurde die Dichte der Stoffstücke auf die herkömmliche Weise bestimmt. Dafür wurden folgende Hilfsmittel verwendet:

- Ein Lineal
- Eine Lupe (Zeiss Einschlaglupe D36; Vergrößerungsfaktor: 9x)



Abbildung 3: Versuch mit Lupe und Lineal
Foto: Josias Höpfner

- Die Stoffproben (siehe 3.2)
- Eine Stoppuhr (Handy)

Bei guter Beleuchtung werden die Stoffproben auf einen glatten Untergrund gelegt. Das Lineal wurde senkrecht über die Fäden gelegt, die es zu messen galt. Diese wurden dann mit der Lupe ausgezählt. Die Zeit wurde für jede Stoffprobe, die so untersucht wurde, mit dem Handy mitgestoppt.

Stoffprobe	1	2	3	4	5	6
$\frac{\# \text{ der Fäden}}{\text{cm}}$	24	32	24	20	30	29
Zeit(s)	29	30	29	28	27	26

Versuch 2 - Lunometer

Eine der auf dem Moiré-Effekt basierende Methoden zur Bestimmung der Stoffdichte ist das Lunometer. Für die Versuche wurde Folgendes gebraucht:

- Ein Lunometer Typ R
- Die Stoffproben

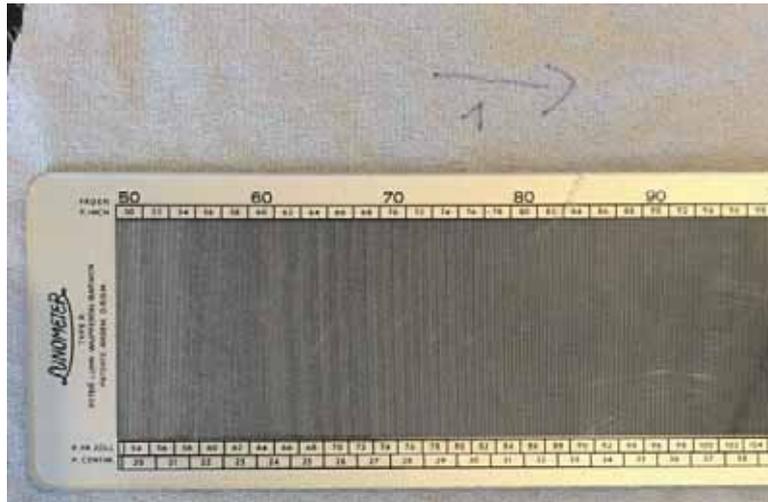


Abbildung 4: Versuch mit dem Lunometer
Foto: Josias Höpfner

- Eine Stoppuhr (Handy)

Das Lunometer wurde so auf die Stoffprobe gelegt, dass die Fäden des Stoffes parallel mit den Linien des Lunometers verlaufen. Dabei entstand bei ausreichendem Kontrast ein Moiré-Muster. Da das Raster auf dem Lunometer keine konstante Rastergröße besitzt, kommt es an einer Stelle des Lunometers zu keinem Moiré-Effekt, was darauf schließen lässt, dass an dieser Stelle die Rastergröße des Lunometers und die Rastergröße des Stoffes gleich sind.

Stoffprobe	1	2	3	4	5	6
$\frac{\# \text{ der Fäden}}{\text{cm}}$	22	33	22	<20	28	29
Zeit(s)	12	11	10	12	15	14

Versuch 3 - Selbstüberlagerung von Stoffen

Eine weitere Idee für eine Methode, die Fadendichte zu messen, basiert auf der in 2.4 beschriebenen Form des Moiré-Effekts. Dabei bildet sich ein Moiré-Muster, wenn sich ein Muster mit sich selbst überlagert, nachdem es gedreht wurde. Um diesen Effekt zu nutzen, wird die zu untersuchende Stoffprobe

auf sich selbst geklappt. Dann werden die Kantenlängen und der Abstand der Moiré-Linien ausgemessen, um den Winkel auszurechnen und dann mit der Gleichung (4) auf die Rastergröße des Stoffes zu schließen. Damit der Versuch durchgeführt werden kann, ist Folgendes vonnöten:

- Die Stoffproben
- Eine Messlehre
- Ein Lineal
- Eine Stoppuhr (Handy)
- Stecknadeln
- Einen beleuchteten Untergrund

Zuerst wurde die Stoffprobe so auf den Untergrund gelegt, dass das Licht größtenteils hindurchscheint. Dann wird der Stoff so umgeschlagen, dass er leicht verdreht über sich selbst liegt. Um ein eindeutiges Moiré-Muster zu erhalten, wurde dann der Winkel der Verdrehung angepasst, bis die Rastergröße des Moiré-Musters eindeutig zu messen ist. Dabei wurde beachtet, dass immer von einem Dunkelheitsmaximum bis zum nächsten und auch senkrecht zum Moiré-Muster gemessen wird. Um den Messfehler zu minimieren, wurde der Abstand über mehrere Moiré-Linien gemessen und anschließend durch deren Anzahl geteilt. Nachdem die Größe des Moiré-Musters gemessen wurde, wird noch der Verdrehungswinkel α benötigt, um die Rastergröße und damit die Stoffdichte auszurechnen. Der Winkel wurde ermittelt, indem man aus den Seitenlängen der Stoffprobe den Verdrehungswinkel α errechnete.

Auf die oben beschriebene Weise konnte mit den Stoffproben kein Moiré-Effekt erzeugt werden, der verlässlich ausgemessen werden konnte. Damit wurde auch

die Errechnung der Gewebedichte über den Moiré-Effekt bei der Überlagerung eines Musters mit sich selbst nach einer Verdrehung unmöglich.

3.3 Auswertung

Da das Experiment 3.2 keine Ergebnisse hervorgebracht hat, kann er hier auch nicht mit den anderen beiden Methoden verglichen werden. Bei der Versuchsdurchführung wurde jedoch teilweise ein leichtes Moiré-Muster sichtbar. Somit ist nicht auszuschließen, dass diese Methode unter besseren Bedingungen ebenfalls zur Messung der Gewebedichte genutzt werden kann.

Der Vergleich der anderen beiden Methoden ergibt: Mit dem Lunometer ist für eine in den praktisch nutzbaren Methoden ungeübte Person die Messung um durchschnittlich neun Sekunden schneller durchzuführen als mit Lupe und Lineal.

Bei der Versuchsdurchführung selbst ist jedoch aufgefallen, dass das Lunometer nie einen genauen Wert liefern konnte, da die Abwesenheit des Moiré-Effekts an der Stelle des Lunometers, wo die Gewebedichte abgelesen werden soll, nicht genau mit dem Auge erfasst werden kann. Mit Lupe und Lineal kommt man jedoch zu einem exakten Ergebnis, da man jeden Faden einzeln zählt. Somit ist das Lunometer ungenauer, solange die Fäden noch gut mit der Lupe zu unterscheiden sind. Bei einer Lupe mit 9-facher Vergrößerung war dies bei den betrachteten Stoffproben kein Problem. Außerdem kann für Werte, die an der Grenze des beschränkten Messbereichs des Lunometers liegen kein Wert ermittelt werden, weil nicht ausgeschlossen werden kann, ob die Fadendichte nicht außerhalb des Messbereichs liegt.

Da die Stoffproben nur zwischen $20-32 \frac{\text{Fäden}}{\text{cm}}$ und der Messbereich des Lunometers $20-47 \frac{\text{Fäden}}{\text{cm}}$ ist, wurde nur der untere Grenzfall desselben ausprobiert.

Die Methode mit Lupe und Lineal hingegen scheint jedoch nur durch den Vergrößerungsfaktor der Lupe beschränkt zu sein.

Entgegen der Behauptung des Herstellers, die Benutzung des Lunometers würde die Augen entlasten, konnte in dieser Versuchsreihe vom Versuchsdurchführenden kein Unterschied zwischen den beiden Methoden festgestellt werden, was diesen Aspekt betrifft [1]. Die Messung mit Lupe und Lineal verlangte jedoch mehr Konzentration, da die Stoffprobe während der Messung durchgehend betrachtet werden muss.

Das Lunometer ist in speziellen Fällen, d.h. wenn ausgeschlossen werden kann, dass die Fadendichte außerhalb des Messbereichs liegt und der Stoff als reines Raster angelegt ist, einfacher und deutlich schneller, als das Auszählen der Fäden.

Bei Stoffen mit unbekanntem Fadendichten oder komplizierteren Webmustern sollte man sich nicht auf das Lunometer verlassen, da es aufgrund seiner Bauweise und seines Wirkprinzips nur auf ein bestimmtes Spektrum an Messergebnissen ausgelegt ist. Damit kann die Fadendichte nicht mehr gemessen werden, sollte sie außerhalb des Messbereichs liegen.

4 Zusammenfassung

Insgesamt kann gesagt werden, dass der Moiré-Effekt durch das Lunometer sinnvoll zur Bestimmung der Fadendichte eingesetzt werden kann. Außerdem wurde festgestellt, dass beide Methoden, die herkömmliche, wie die, die auf dem Moiré-Effekt basiert, verschiedene Anwendungsbereiche haben und für verschiedene Situationen auch unterschiedlich effektiv sind. Dabei ist die Messung mit dem Lunometer deutlich schneller und einfacher durchzuführen, jedoch etwas ungenauer und auf einen bestimmten Bereich von Fadendichten eingeschränkt. Das abzählen der einzelnen Fäden bietet den Vorteil, dass auch Proben untersucht werden können, deren Fadendichte gänzlich unbekannt ist, dauert aber dafür länger.

Noch ungeklärt bleibt jedoch die Frage, wie der Moiré-Effekt zwischen zwei identischen Mustern praktisch genutzt werden kann. Dafür wird wahrscheinlich noch ein anderer Versuchsaufbau als der in 3.2 beschriebene benötigt, um den Moiré-Effekt besser hervorzuheben und auszumessen. Danach wurde jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter geforscht.

Eine weitere Idee für die praktische Anwendung des Moiré-Effekts wäre, ihn bei der automatischen Auszählung von feinen Geweben einzusetzen. Wenn dabei die Auflösung der Kamera nicht ausreicht, um die einzelnen Fäden zu erkennen, kann ein Moiré-Muster, das entweder simuliert wird oder mit einem anderen feinen Gitter entsteht, eingesetzt werden um die Fadendichte abzuschätzen.

5 Danksagung

Hiermit möchte ich mich ganz herzlich bei allen bedanken, die mich bei diesem Projekt unterstützt haben. Zuvorderst bedanke ich mich bei Herrn Thomas Grillenbeck, der diese Arbeit betreut hat und mir immer hilfreich zur Seite stand. Darüber hinaus bedanke ich mich bei dem Team vom German Young Physicists' Tournament, welches mich auf das Thema gebracht hat, und im besonderen Herrn Kratzer, der mir geholfen hat, den mathematischen Hintergrund besser zu verstehen und außerdem Peter Luhn, der das Lunometer bereitgestellt hat. Besonderer Dank gilt auch meinen Eltern.

6 Quellenverzeichnis

Literatur

- [1] LUHN, P. Lunometer (<http://www.lunometer.de/>; abgerufen am: 25.09.2019).
- [2] NIENZI, M. *Moiré - Ein phänomenologischer Zugang zu einem Interferenzaspekt*. Universität Münster, 2003.
- [3] WIKIPEDIA. Interferenz ([https://de.wikipedia.org/wiki/Interferenz_\(Physik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Interferenz_(Physik)); abgerufen am: 18.09.2019).
- [4] WIKIPEDIA. Moire-Effekt (https://en.wikipedia.org/wiki/Moir%C3%A9_pattern; abgerufen am: 18.09.2019).
- [5] WIKIPEDIA. Schwebung ([https://de.wikipedia.org/wiki/Interferenz_\(Physik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Interferenz_(Physik)); abgerufen am: 18.09.2019).

Abbildungsverzeichnis

1	Moiré-Muster an einem Brückengeländer	3
2	Die von Links nach Rechts durchnummerierten Proben	10
3	Versuch mit Lupe und Lincal	11
4	Versuch mit dem Lunometer	12