

DIE BESTIMMUNG DER DICKE VON HAAREN ANHAND DER VERMESSUNG MIT LICHT



Michael Bracht
Physik W-Seminar

Herr Grillenbeck

Inhalt

Abbildungsverzeichnis.....	1
1 Einleitung.....	3
2 Beschreibung des Experimentes	4
2.1 Physikalische Grundlagen	4
2.1.1 Interferenz.....	4
2.1.2 Interferenz am Einzelspalt	5
2.1.3 Beugungsbilder zweier komplementärer Objekte.....	7
2.2 Formel.....	8
2.3 Praktischer Versuchsaufbau	10
2.3.1 Beschreibung des Versuchsaufbau	10
2.3.2 Versuchsdurchführung.....	12
3 Ergebnispräsentation	14
4 Diskussion.....	14
4 Quellenverzeichnis	15

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Destruktive Interferenz.....	4
Abbildung 2: Konstruktive Interferenz.....	5
Abbildung 3: Beugung einer ebenen Wellenfront	5
Abbildung 4: Einzelspalt mit einem Gangunterschied von λ	6
Abbildung 5: Einzelspalt mit einem Gangunterschied von $\frac{3}{2}\lambda$	6
Abbildung 6; Destruktive Interferenz: TheSimplePhysics Verfügbar unter https://www.youtube.com/watch?v=eyBI_L9IgLl	8
Abbildung 7; Konstruktive Interferenz: TheSimplePhysics; Verfügbar unter https://www.youtube.com/watch?v=eyBI_L9IgLl	10
Abbildung 8; Beugung einer ebenen Wellenfront: Wikipedia; Huygenssches Prinzip in der Physik; Verfügbar unter https://de.wikipedia.org/wiki/Huygenssches_Prinzip	11
Abbildung 9: Interferenzmuster eines menschlichen Haares.....	12
Abbildung 10; Interferenzmuster mit einem Geodreieck.....	13

1 Einleitung

Bei der messtechnischen Erfassung von Längen bzw. Dicken denkt man spontan zunächst an Messmittel wie Meterstäbe, Maßbänder, Lineale oder auch Schublehren. Diese eignen sich um Längen zwischen ca. 1/10mm und einigen Metern zu erfassen. Gute Schublehren und besonders auch Mikrometer lösen unter Umständen auch Hundertstel bzw. sogar auch einige Tausendstel Millimeter auf, zumindest solange das zu vermessende Objekt bestimmte Voraussetzungen erfüllt. Sobald jedoch die zu vermessenden Gegenstände z.B. elastisch sind bzw. sich der Messbereich in den Mikrobereich verschiebt, kommen die oben genannten Methoden schnell an ihre Grenzen. Hier sind dann nicht mechanische Messmethoden gefragt, von denen eine die Vermessung mit Hilfe von Licht, basierend auf dem physikalischen Prinzip der Interferenz ist, um die es in dieser Seminararbeit geht.

Insbesondere soll die Dicke eines menschlichen Haares untersucht werden, wobei im engeren Sinne dann zu prüfen gilt ob Haare mit unterschiedlicher Farbe unterschiedlich dick sind.

Die Arbeit beginnt zunächst mit einer kurzen Einführung über Interferenz, die ein wesentlicher Bestandteil des Experiments ist. Anschließend folgt eine ausführliche Beschreibung des sogenannten Einzelspalts, aus dessen Versuchsaufbau das Experiment dieser Arbeit hervorgeht. Jetzt kommt das sogenannte Babinetsche Theorem ins Spiel, das die Beugungsbilder des Einzelspalts und des Haares behandelt. Zur Berechnung der Haardicke darf nun, auf Grund des Babinetschen Theorem die Formel des Einzelspalts angewendet werden. Wie diese Formel zustande kommt, wird ebenfalls noch genauer erläutert. Nun beginnt der praktische Teil mit einer ausführlichen Beschreibung des Versuchsaufbau zur Berechnung des Haares. Die praktischen Messungen und Berechnungen mit Hilfe der Formel werden daraufhin im Punkt „Versuchsdurchführung“ beschrieben. Der letzte Schritt ist die Vorstellung der Ergebnisse bzw. das Resultat dieser Arbeit.

2 Beschreibung des Experimentes

2.1 Physikalische Grundlagen

2.1.1 Interferenz

Um den weiteren Aufbau des Experiments zu verstehen, muss man sich zunächst vor Augen führen, dass der Versuchsaufbau auf dem physikalischen Prinzip der Interferenz beruht. Interferenz tritt ausnahmslos bei jeglicher Form von Wellen auf z.B. Schall-, Wasser- oder Materialwellen¹, wobei es in dieser Arbeit um die Interferenz von Lichtwellen geht. Die Überlagerung einzelner Lichtwellen wird als Interferenz bezeichnet und kann zum einen zu einer Verstärkung und zum anderen zu einer Abschwächung des Lichts führen. Folglich muss man zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz unterscheiden. Um eine konstruktive Interferenz zu erzeugen muss der Gangunterschied Δs ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ sein. Destruktive Interferenz hingegen entsteht, wenn der Gangunterschied Δs ein Vielfaches der halben Wellenlänge λ beträgt.²

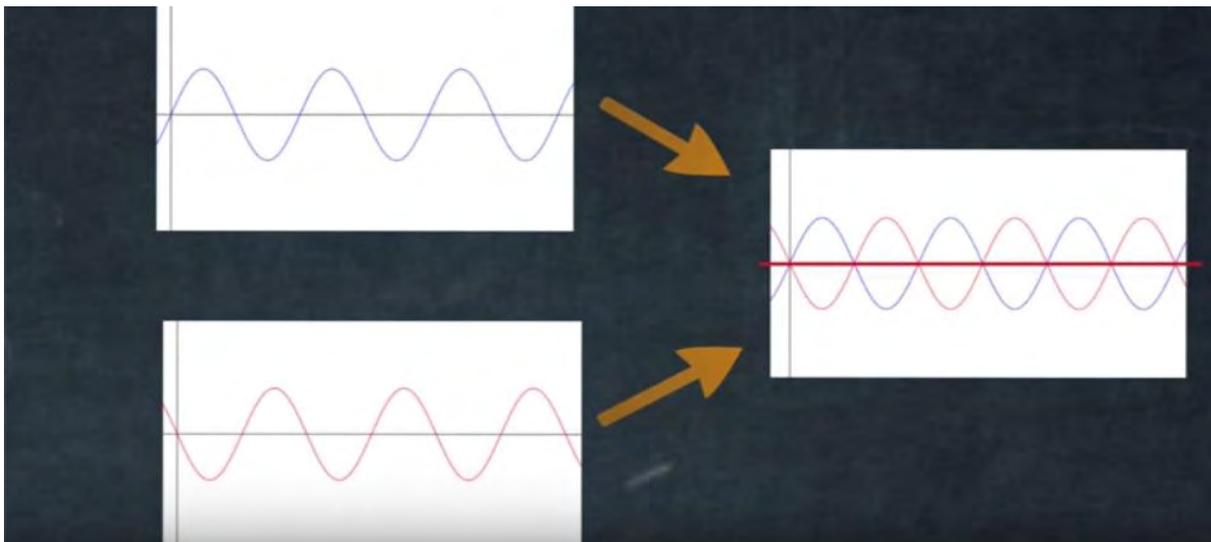


Abbildung 1: Destruktive Interferenz³

¹ vgl. Leifi-Physik, o.J.

² vgl. Leifi-Physik, o.J.

³ vgl. TheSimplePhysics

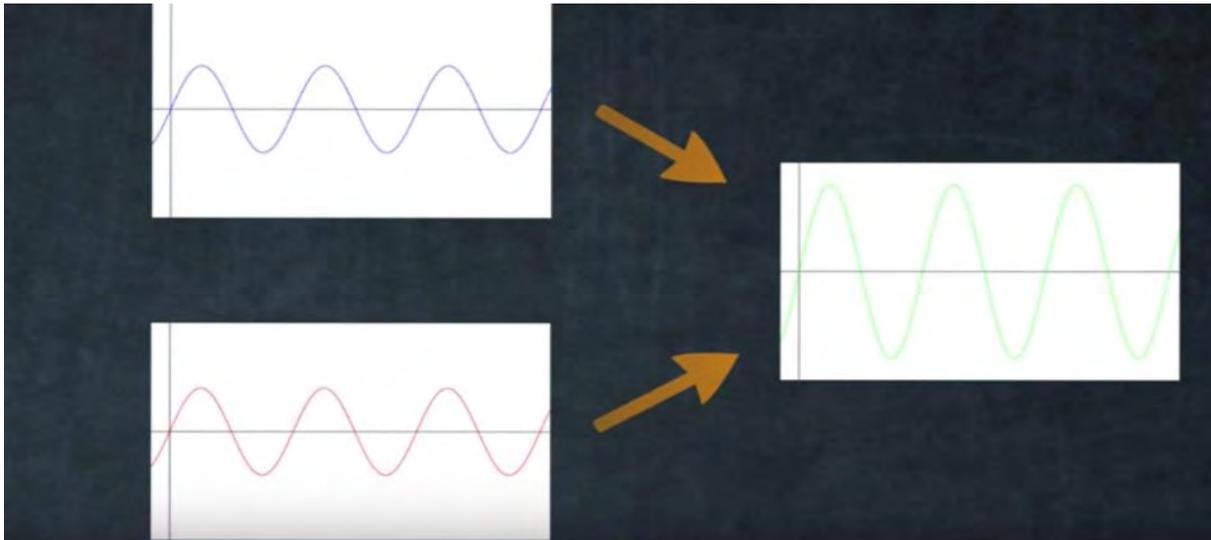


Abbildung 2: Konstruktive Interferenz⁴

2.1.2 Interferenz am Einzelspalt

Der sogenannte Einzelspalt oder auch Einfachspalt, der hier zur Vermessung des Haares dient, ist eine Möglichkeit Interferenz gezielt zu erzeugen. Trifft eine Wellenfront z.B. ein Laser auf einen Einzelspalt der Breite b , so kann man ein klares Interferenzmuster auf einem Schirm hinter dem Spalt erkennen. Diese physikalische Erscheinung lässt sich mit Hilfe des Huygensschen Prinzips erklären, das besagt, dass von Punkten im Spalt sogenannte HUYGENS'sche Elementarwellen ausgehen, die interferieren. Diese breiten sich hinter dem Spalt in Form einer Kreiswelle aus.⁵

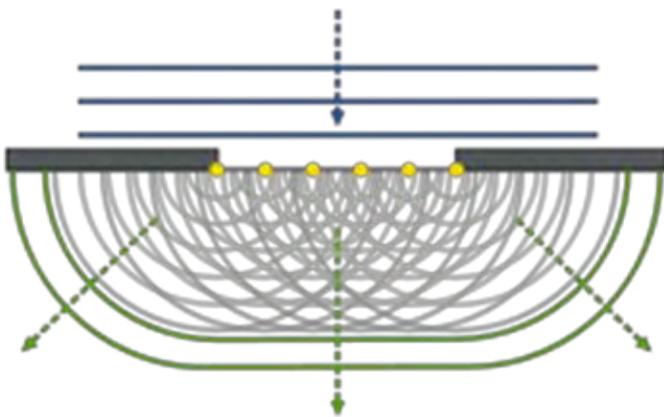


Abbildung 3: Beugung einer ebenen Wellenfront⁶

⁴ vgl. ThesimplePhysics

⁵ vgl. Abi Physik

⁶ Vgl. Wikipedia

Betrachtet man das Interferenzmuster auf dem Schirm hinter dem Spalt, so fällt auf, dass es auffallend helle und auffallend dunkle Bereiche gibt. Dabei handelt es sich um sogenannte Maxima bzw. Minima. Wie kommen nun diese Minima bzw. Maxima zustande und wann treten sie auf? Hier kommt nun der Winkel (und der daraus resultierende Gangunterschied der Wellen zueinander) unter dem die Elementarwellen hinter dem Spalt austreten ins Spiel. So gibt es bestimmte charakteristische Winkel/Gangunterschiede bei denen es zu einem solchem Maximum bzw. Minimum kommt. Insbesondere solche Winkel die in einem Gangunterschied von einem ganzzahligen Vielfachen einer halben Wellenlänge resultieren, rufen das obengenannte Phänomen - also Minima bzw. Maxima - hervor. Wovon hängt es nun ab ob es sich um ein Minimum oder Maximum handelt? Zur besseren Vorstellung bedient man sich hier eines Zonenmodells, bei dem es zu jeder Welle einer Zone eine komplementäre Welle in der Nachbarzone gibt, die erstere auslöscht. Hat man nun eine ungerade Anzahl von Zonen, so gibt es zur letzten Zone keine Nachbarzone mit komplementären Wellen mehr und es kommt zu einem Maximum. Eine gerade Anzahl von Zonen erzeugt dagegen ein Minimum.

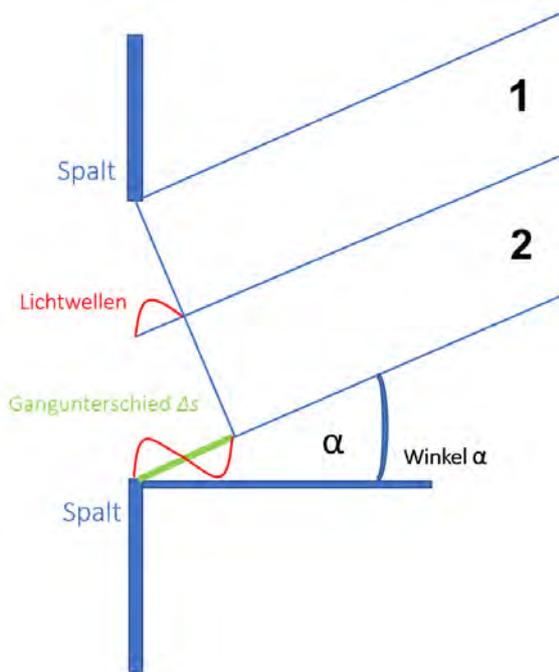


Abbildung 4: Einzelspalt mit einem Gangunterschied von λ

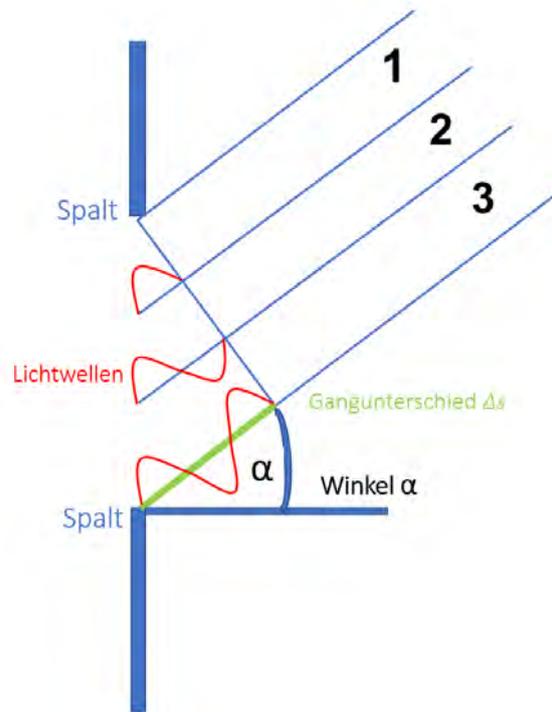


Abbildung 5: Einzelspalt mit einem Gangunterschied von $\frac{3}{2}\lambda$

Von Bedeutung sind nun diejenigen Wellen, die um genau eine Wellenlänge zueinander verschoben sind. Zu einer solchen Verschiebung kommt es bei ganz bestimmten charakteristischen Winkeln und damit Gangunterschieden. In „Abbildung 4“ ist der Winkel α so gewählt, dass sich 2 sogenannte Zonen ergeben, so dass es zu jeder Welle aus einer Zone 1 genau eine komplementäre Welle aus der anderen Zone gibt, die eben genau um $\frac{\lambda}{2}$ zueinander verschoben sind, sprich sich gegenseitig auslöschen. In „Abbildung 5“ beträgt

die Verschiebung $\frac{3}{2}\lambda$, dieses mal allerdings ist der Winkel α größer und dementsprechend ergeben sich nicht 2, sondern 3 Zonen. Mit anderen Worten gibt es jetzt keine Wellenpaare mehr aus Zone 1 und 2, sondern vielmehr Wellentripel aus Zone 1, 2 und 3, wobei die Wellen der jeweils ersten zwei Zonen miteinander interferieren und damit die dritte unbeeinflusst bleibt. Dieses Spiel kann man nun weiterführen. Bei einer weiteren kontinuierlichen Vergrößerung von α ergeben sich bei der nächsten Verschiebung um eine halbe Wellenlänge vier der oben genannten Zonen und damit 4 zueinander gehörige Wellen, von denen jeweils zwei miteinander interferieren. Jeder charakteristische Winkel „ α “ bei dem sich ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ ergibt, resultiert also in einer entweder geraden oder ungeraden Zonen mit zueinander gehörigen Wellen. Dabei ergibt sich bei einer ungeraden Zahl ein Maximum bzw. bei einer geraden Zahl ein Minimum.

2.1.3 Beugungsbilder zweier komplementärer Objekte

Um zum eigentlichen Thema der Arbeit zurück zu kommen, nämlich der Vermessung der Dicke eines menschlichen Haares, muss man das sogenannte Babinetsche Prinzip oder auch Theorem auf den Einzelspalt anwenden. Dieses besagt, dass die Beugungsbilder zweier zueinander komplementärer Blenden gleich sind.⁷ Komplementär bedeutet in diesem Fall, dass Öffnung und undurchsichtiger Bereich der Blende vertauscht sind. Beispielsweise unterscheidet sich das Interferenzmuster von einer Öffnung in einem Schirm, nur minimal von dem einer Kreisblende mit gleichem Radius.⁸ Mit anderen Worten ermöglicht dieses Prinzip das Interferenzmuster eines Haares mit dem komplementären Objekt, nämlich dem des Einzelspalts gleicher Breite gleichzusetzen. Dieses Phänomen gewinnt besonders durch die Formel des Einzelspalts an Bedeutung, die jetzt ebenfalls auf den komplementären Gegenstand (das Haar) übertragen werden kann.

In „Abbildung 6“ sind zwei Interferenzmuster dargestellt. Das obere Bild zeigt das Beugungsbild eines Einzelspalts, wohingegen im unteren Bild das eines Drahtes gleicher Dicke zu erkennen ist. Beide unterscheiden sich auf Grund des Babinetschen Prinzip nur minimal in ihrer äußeren Form.

⁷ vgl. Wikipedia

⁸ vgl. Spektrum.de

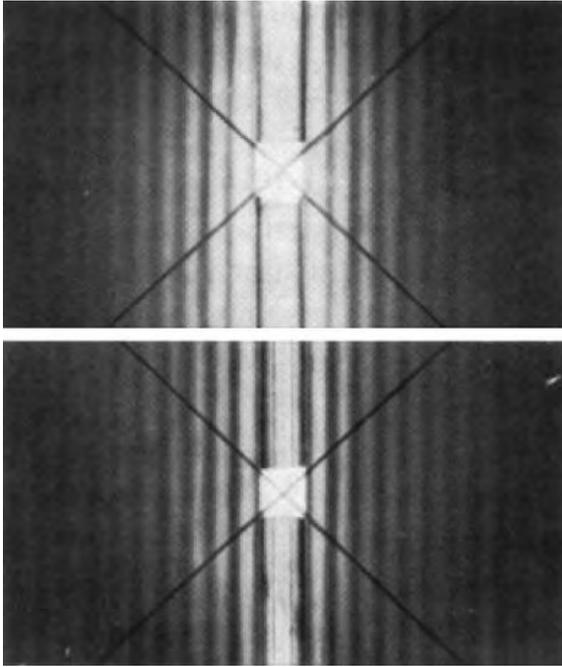


Abbildung 6: Beugungsbild eines Spalt und Drahtes gleicher Dicke⁹

2.2 Formel

Für die Berechnung der Haardicke wird nun folgende Formel herangezogen:

$$\frac{k \times \lambda}{b} = \frac{S_k}{e}$$

Zunächst aber, noch vor der eigentlichen Herleitung, gilt es die verschiedenen Größen der Formel zu klären. Der Buchstabe „b“, nach dem die Formel später aufgelöst wird, ist die Dicke des Haares. Bei „e“ handelt es sich um den Abstand zwischen dem Haar und dem Schirm auf dem das Interferenzmuster auftritt. Die Variable „ S_k “ ist abhängig von „k“ der Abstand vom „0.-Maximum“ bis zum „k.-Maximum“. Folglich muss dann auch das entsprechende „k“ in den Zähler des linken Bruchs übertragen werden. Die Wellenlänge wird mit dem griechischen Buchstaben „ λ “ abgekürzt.

Darüber hinaus ist anzumerken, dass diese Formel ausschließlich auf Messungen der Interferenzmaxima und nicht Minima basiert.

Man geht nun davon aus, dass der Abstand „e“ um einiges größer als die Dicke des Haares („b“) ist. Unter dieser Bedingung verlaufen die von beiden Seiten des Haares ausgehende

⁹ vgl. Spektrum.de

Wellenzüge parallel. Das in „Bild 1“ dargestellt Dreieck mit dem Winkel „ α “ ist nun nahezu rechtwinklig.

Daraus ergibt sich:

$$\sin\alpha_1 = \frac{k \times \lambda}{b}$$

Darüber hinaus gilt:

$$\tan\alpha = \frac{S_k}{e}$$

Der Abstand „ S_k “ vom „0.-Maximum“ ist aber wesentlich kleiner als die Entfernung „ e “. Das hat zur Folge, dass „ α “ einen sehr kleinen Wert hat. Für derartig kleine Werte des Winkels „ α “, nähert sich nun der Tangens dem Sinus an und es greift die Gleichung:

$$\tan\alpha \approx \sin\alpha$$

Somit darf man jetzt auch schreiben:

$$\frac{k \times \lambda}{b} = \frac{S_k}{e} \quad \text{bzw.} \quad b = \frac{k \times \lambda \times e}{S_k} \quad 10$$

Zum besseren Verständnis sind die Größen der Formel und die entsprechenden Dreiecke für den Sinus und Tangens in „Abbildung 7“ dargestellt. Da es sich um kongruente Dreiecke handelt sind die Winkel α , α_1 und α_2 gleichgroß. Zur Berechnung des Tangens wird das Dreieck mit dem Winkel α_2 zugrunde gelegt. Der Sinus ergibt sich im Dreieck mit dem Winkel α_1 , als das Verhältnis der Wellenlänge zu „ b “. Die Formel, die hier am Einzelspalt dargestellt ist, kann auf Grund des Babinetschen Prinzips auch auf das komplementäre Objekt, in diesem Fall das Haar, übertragen werden.

¹⁰ vgl. Physik Bayern Gymnasium 11, S. 170

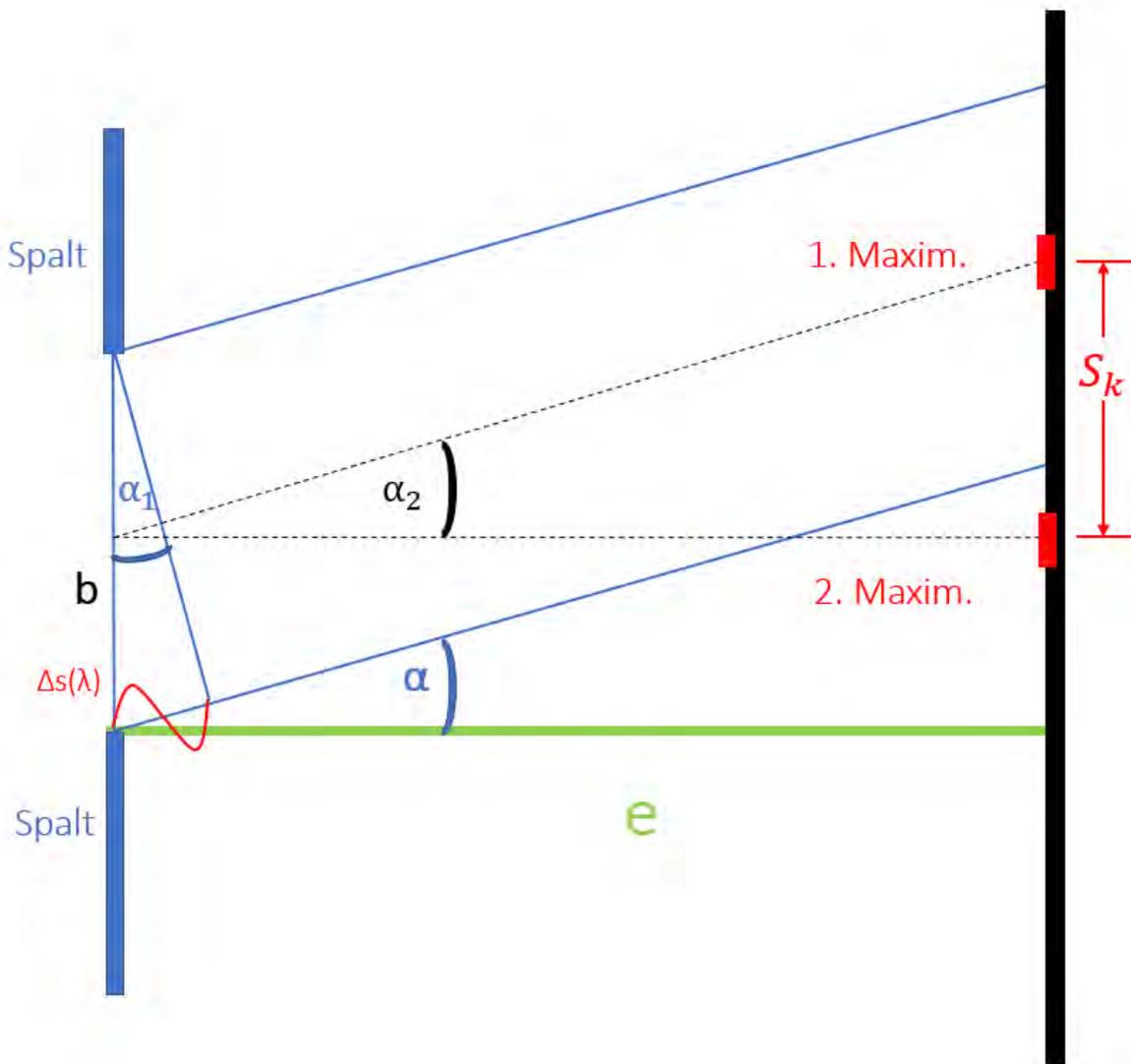


Abbildung 7: Einzelspalt zur Hervorhebung von Sinus und Tangens

2.3 Praktischer Versuchsaufbau

2.3.1 Beschreibung des Versuchsaufbau

Der praktische Versuchsaufbau ist stark dem des Einzelspalts nachempfunden. Der einzige Unterschied ist, wie oben schon angedeutet, dass sich an Stelle des Einzelspalts jetzt ein menschliches Haar befindet. Als Lichtquelle dient ein herkömmlicher Laserpointer ($\sim 650\text{nm}$), wie er auch bei Präsentationen verwendet wird. Zur Fixierung wird dieser auf eine knetbare Masse gelegt. In wenigen Zentimetern Entfernung, gegenüber des Lasers, wird nun eine selbstgebaute Halterung platziert, in der das Haar vertikal zwischen zwei Holzstäben eingespannt ist. Die Entfernung von der Lichtquelle zum Haar spielt insofern keine Rolle, da sich die Wellenlänge mit variierendem Abstand nicht ändert. Der letzte Bestandteil des Experiments, der Schirm auf dem das Beugungsmuster auftritt, befindet sich linientreu zu den beiden vorherigen Komponenten, gegenüber des Haares. Dagegen hat die Entfernung vom Haar zum Schirm sehr wohl eine Auswirkung auf die Abstände zwischen den

Interferenzmaxima und bleibt einfachheitshalber unverändert. Damit die Messungen auf dem Schirm nicht verfälscht werden, darf dieser keine Krümmungen oder Wölbungen aufweisen. Um ein verstärktes Beugungsmuster zu erkennen, wird für den Schirm eine möglichst helle Oberfläche, nämlich ein weißes Blatt ausgewählt, das das Licht zusätzlich reflektiert.

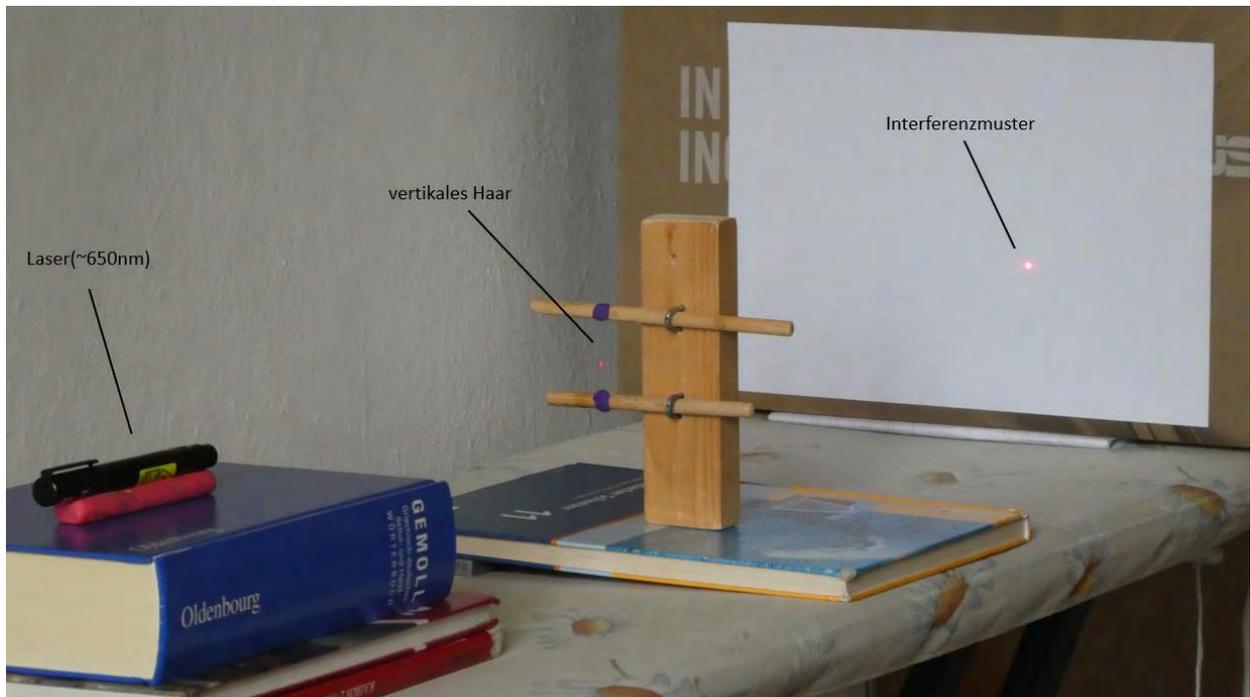


Abbildung 8: Praktischer Versuchsaufbau

In „Abbildung 8“ ist der Versuchsaufbau am Beispiel eines blonden Haares dargestellt. In der linken unteren Ecke des Bildes ist der mit Büchern erhöhte Laser zu erkennen. Die Halterung mitsamt des vertikal eingespannten Haares, ist das in der Mitte zu sehende Holzstück. Das etwas schwer zu erkennende Interferenzmuster, das im Bild fast nur als Punkt wahrzunehmen ist, befindet sich in der rechten oberen Ecke auf einem weißen Blatt Papier. Um das Interferenzmuster besser erkennen zu können wird es im folgenden Bild („Abbildung 9“) noch einmal vergrößert dargestellt. Als Beispiel für S_k wird hier S_3 , also die Entfernung vom 0. bis zum 3. Maximum, gewählt.

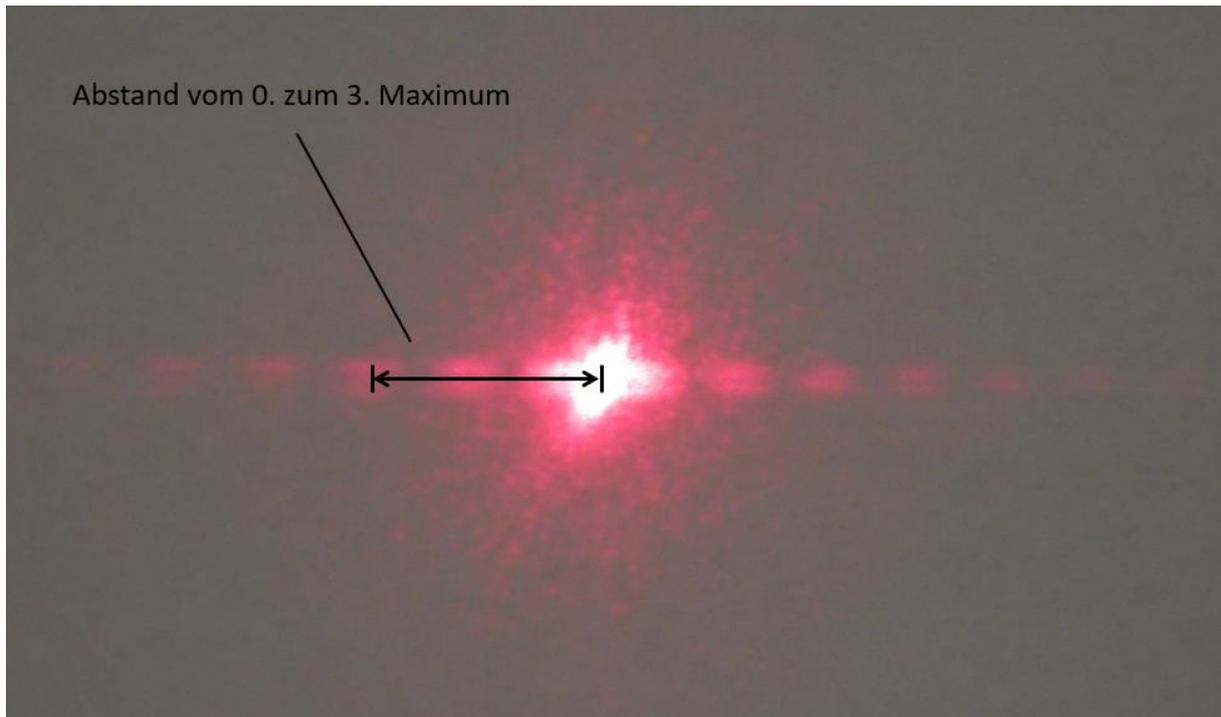


Abbildung 9: Interferenzmuster eines menschlichen Haares

2.3.2 Versuchsdurchführung

Um nun die tatsächliche Dicke des jeweiligen Haares zu erfassen, muss zunächst der Abstand zwischen Haar und Schirm bestimmt werden. Da wie oben bereits erklärt, diese Größe auch in die Berechnung eingeht, wird in diesem Experiment der Abstand von 40cm bzw. 0,4m festgelegt und bleibt unverändert. Die nun eigentlich aussagekräftige Messung von S_k , die je nach Dicke des Haares unterschiedlich ausfällt, gilt es als nächstes zu bestimmen. Bei diesem Abstand kann man sich, im Gegensatz zu e, nicht auf einen bestimmten Wert festlegen. Um nun aber trotzdem ein möglichst genaues Ergebnis zu erzielen, wird bei sämtlichen Haaren der Abstand S_2 gemessen. Zur Berechnung von S_k bzw. S_2 wird eine Schublehre verwendet, die unterhalb des Interferenzmusters angelegt wird. In der folgenden Darstellung („Abbildung 10“) ist das Interferenzmuster mit einem Geodreieck gezeigt, da man im Bild den Abstand auf dem Geodreieck deutlich besser als den auf der Schublehre erkennen kann.

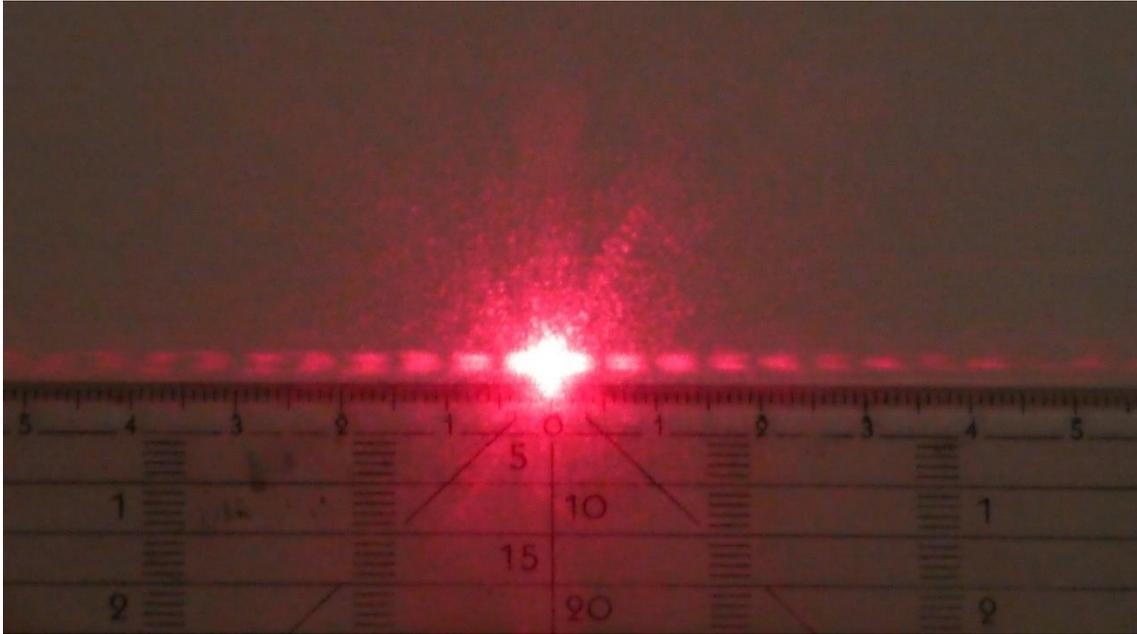


Abbildung 10; Interferenzmuster mit einem Geodreieck

Nun müssen die jeweils gemessenen Abstände, in die nach „b“ aufgelöste Formel eingesetzt werden. Die Werte werden zunächst in Millimeter gemessen und anschließend für die Berechnung in Meter umgerechnet, wobei das Ergebnis zur Veranschaulichung wieder in Millimeter umgerechnet wird.

Hier ein Beispiel für die Berechnung eines blonden Haares:

Der gemessene Wert für S_2 beträgt „9,4mm“. Die übrigen Größen sind bekannt.

$$b = \frac{k \times \lambda \times e}{S_k} = \frac{2 \times 6,5 \times 10^{-7} \text{ m} \times 0,4 \text{ m}}{0,0094 \text{ m}} = 0,000055 \text{ m bzw. } 0,055 \text{ mm}$$

Das blonde Haar beträgt also etwas mehr als einen halben Millimeter.

Das gleiche Vorgehen am Beispiel eines schwarzen/dunklen Haares:

Der gemessene Wert für S_2 beträgt jetzt „7,3mm“.

$$b = \frac{k \times \lambda \times e}{S_k} = \frac{2 \times 6,5 \times 10^{-7} \text{ m} \times 0,4 \text{ m}}{0,0073 \text{ m}} = 0,000071 \text{ m bzw. } 0,071 \text{ mm}$$

Das schwarze Haar ist etwas dicker und beträgt 0,071mm.

Um bestimmen zu können, ob helle Haare grundsätzlich dünner bzw. dicker als dunkle Haare sind, erfordert es eine Vielzahl an Messungen von beiden Haartypen. In dieser Arbeit werden dreißig helle und weitere dreißig dunkle Haare bezüglich ihrer Dicke untersucht. Von den jeweils dreißig hellen bzw. dunklen Haaren wird dann der Durchschnittswert ermittelt.

3 Ergebnispräsentation

Auf Grund der Messungen kann man sagen, dass dunkle Haare generell dicker als helle sind. Die Dicke der hellen Haare beträgt in etwa zwischen 0,04mm und 0,075mm, wohingegen die dunkleren Haare mit ca. 0,05mm bis 0,09mm ein wenig dicker sind. Natürlich gibt es auch Werte mit Abweichungen, die höchstwahrscheinlich auf Messfehler zurückzuführen sind. Stark nach oben und unten abweichende Werte wurden bei der Berechnung des Mittelwerts nicht berücksichtigt. Der Durchschnitt von den ca. dreißig blonden Haaren liegt bei 0,062mm. Die ca. dreißig dunklen Haare hingegen haben einen Mittelwert von 0,076mm.

4 Diskussion

Um aus der soeben gewonnenen Erkenntnis auch einen Nutzen zu ziehen, könnte man sich Gedanken machen, ob beispielsweise blonde Haare auf Grund ihrer kleineren Dicke empfindlicher auf Haarfärbemittel oder Bleichmittel reagieren. Dazu müsste man ursprünglich helle bzw. dunkle Haare nach einem solchen Eingriff untersuchen und vergleichen. Falls sich diese These dann tatsächlich bewahrheiten sollte, kann man davon ausgehen, dass blonde Haare bei Färben bzw. Bleichen automatisch einem höheren Risiko ausgesetzt sind.

Eine weitere Möglichkeit wäre zum Beispiel die Haardicke auf Ethnien zu untersuchen, d.h. asiatische Haare mit europäischen oder afrikanischen zu vergleichen. Darüber hinaus könnte man auch eine eventuelle Veränderung der Haarstruktur mit zunehmenden Alter erkennen. Mithilfe des Ergebnis dieser Untersuchungen könnte man dann potentielle Gefahren für das Haar wie beispielsweise Spliss vorbeugen.

4 Quellenverzeichnis

Abi Physik (o. J.). Beugung am Einzelspalt. Verfügbar unter <http://www.abi-physik.de/buch/wellen/beugung-am-einfachspalt/> [19.10.2018]

Leifi Physik (o. J.). Beugung und Interferenz. Verfügbar unter <https://www.leifiphysik.de/optik/beugung-und-interferenz> [19.10.2018]

TheSimplePhysics (2014). Doppelspalteffekt / Doppelspaltversuch (Minima & Maxima bestimmen). Verfügbar unter https://www.youtube.com/watch?v=eyBI_L9IgLl [24.10.2018]

Abbildung 6: Wikipedia(o.J.). Beugung einer ebenen Wellenfront: Huygenssches Prinzip in der Physik; Verfügbar unter https://de.wikipedia.org/wiki/Huygenssches_Prinzip [23.10.2018]

Abbildung 6: Spektrum.de(o.J.). Beugungsbild eines Spalt und Drahtes gleicher Dicke. Babinetisches Prinzip. Verfügbar unter <https://www.spektrum.de/lexikon/optik/babinetisches-prinzip/310> [21.10.18]

Ferdinand Hermann-Rottmair; Prof. Detlef Hoche; Prof. Dr. habil. Lothar Meyer; Dr. Rainer Reichwald; Prof. Dr. habil. Oliver Schwarz. (2013). Physik Bayern Gymnasium Lehrbuch für die Klasse 11: Elektromagnetische Schwingungen und Wellen. Berlin: C.C. BUCHNER

Wikipedia(2004). Babinetisches Prinzip. Verfügbar unter https://de.wikipedia.org/wiki/Babinetisches_Prinzip [22.10.2018]