

# Physikalische Berechnung des schnellsten Fallschirmsprungs



Nikolas Haoyun Pfaffenzeller  
Heinrich-Heine-Gymnasium  
München 2016/17

Seminararbeit im W-Seminar Physik:  
„Sport in der Physik“

# Physikalische Berechnung des schnellsten Fallschirmsprungs

von

Nikolas Haoyun Pfaffenzeller

Betreuende Lehrkraft: Herr Helmut Kopfmann

Abgabetermin: 08.11.2016

Punktzahl für die abgelieferte Facharbeit: \_\_\_\_\_

Punktzahl für die Präsentation mit Prüfungsgespräch: \_\_\_\_\_

Gesamtleistung (Facharbeit x 3 + Präsentation): \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
( Unterschrift des Kursleiters )

# Inhaltsverzeichnis

1. Fallschirmspringen als Extremsport .....	3
2. Physikalische Berechnung des schnellsten Fallschirmsprungs.....	4
2.1 Freier Fall .....	4
2.2 Fallschirmsprung unter Einfluss von Reibung.....	5
2.3 Sprung mit Fallschirm .....	6
2.4 Stokes- und Newton-Reibung.....	7
2.5 Auftrieb.....	8
2.6 Newton-Reibung.....	9
2.6.1 Gegebene Größen .....	9
2.6.2 Luftdichte .....	10
2.6.2.1 Erdatmosphäre .....	10
2.6.2.2 Luftdruck .....	11
2.6.2.3 Temperatur.....	12
2.6.2.4 Molare Masse.....	14
2.6.3 Der Fallschirm als Einflussfaktor auf die Reibung .....	15
2.7 Ergebnisse.....	19
3. Die Grenzen des Möglichen .....	20
Abbildungsverzeichnis .....	22
Literatur – und Quellenverzeichnis .....	23
Selbstständigkeitserklärung.....	25

## 1. Fallschirmspringen als Extremsport

Das Fallschirmspringen ist eine Sportart, die heutzutage weltweit bekannt und verbreitet ist. Auf das Angebot, mit einem Sprung aus standardmäßig 1000m einen Adrenalinschub zu erhalten, wird daher häufig zurückgegriffen<sup>1</sup>. Eine wohl weniger bekannte Ab-



*Abb.1 Felix Baumgartner kurz vor dem Sprung*

wandlung dieser Sportart nennt sich „HALO-Jumping“, welche praktisch ausschließlich von dem Militär praktiziert wird. Diese Form des Fallschirmspringens weist die Besonderheiten auf, dass der Sprung aus einer extremeren Höhe von beispielsweise 10.000m durchgeführt und die Flugdauer dabei auf das Minimum reduziert wird. Dadurch entstand auch das Kürzel „HALO“, was für „high altitude low opening“ steht. So können die Springer nicht von einem Radar erfasst werden und sind schon nach einer kurzen Zeitspanne auf dem Boden aktiv. Doch das „HALO-Jumping“ ist mit 10.000m noch bei weitem nicht der Spitzenreiter in seiner Art. Vereinzelte wagemutige Springer haben im Laufe der Zeit immer neue Rekorde für die Sprunghöhe aufgestellt – und sind so in neue Dimensionen vorgestoßen. Besonders einer unter ihnen erlangte mit seinem, alle bisherigen übertreffenden Sprung aus 39.000m großer Aufmerksamkeit. Es war der Österreicher Felix Baumgartner, der im Jahre 2012 mit einem neuen Weltrekord im Fallschirmspringen von sich reden machte.<sup>2</sup> Doch schon 2014 traute sich der US-Amerikaner Alan Eustace an diese Herausforderung heran und übertrumpfte mit 41.000m Felix Baumgartner. Und damit komme ich nun zu meinem Thema dieser Facharbeit. Ich möchte im Folgenden analysieren, wie ein Fallschirmsprung in solchen Extremen von statten geht und wie sich die Eigenschaften des HALO-Jumping auf einen solchen Fall auswirken.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> In Deutschland werden pro Jahr ca. 300.000 Sprünge durchgeführt

<sup>2</sup> Vgl. Mateschitz Dietrich, *Red Bull Stratos*, 2012

<sup>3</sup> Vgl. Bergweiler Andreas P., *Freier Fall aus über 9.000 Metern* 2014

## 2. Physikalische Berechnung des schnellsten Fallschirmsprungs

### 2.1 Freier Fall

Beginnen wir mit einem Gedankenexperiment. Ich befinde mich nun in einem Flugzeug auf 50.000m Höhe und springe mit einem Fallschirm heraus. Die Frage lautet: Was passiert und warum? Aus Erfahrung weiß man, dass eine Beschleunigung in Richtung Erdoberfläche erfolgt. Doch wieso ist das so? Auf den Körper wirken verschiedene Kräfte. Als erstes denkt man an die Gewichtskraft. Sie wirkt direkt in Richtung der Erdoberfläche und wird durch die Formel

$$F_g = m * g \quad (1)$$

beschrieben. Man kann daraus ersehen, dass die wirkende Kraft von der Masse und der Fallbeschleunigung abhängig ist, wobei die Masse direkt proportional zur Kraft, und die Fallbeschleunigung auf der Erde eine Konstante von  $9,81 \text{ m/s}^2$  ist. Nehmen wir also mal an, ich hätte ein Körpergewicht von 70 Kilogramm. Ohne andere physikalische Gesetze in Betracht zu ziehen, würde eine Kraft von 686,7 Newton auf mich wirken. Mit der Formel für den zurückgelegten Weg bei konstanter Beschleunigung

$$s = \frac{1}{2} * a * t^2 + v_0 * t + s_0 \quad (a=g) \quad (2)$$

umgestellt nach  $t$  kommt eine Falldauer von 101 Sekunden heraus, also eine Minute und 41 Sekunden, und gemäß

$$v = a * t \quad (3)$$

würde der Springer mit einer Geschwindigkeit von 3565,6 km/h auf- und damit nicht sehr glimpflich davonkommen. Wie man schon anhand unserer Alltagserfahrungen vermutet, kann diese Geschwindigkeit natürlich nicht so ohne Weiteres auftreten. Auch die Falldauer ist mit 101 Sekunden unnatürlich kurz, aber die berechnete Geschwindigkeit, welche die Schallgeschwindigkeit um fast das Dreifache übersteigt, kann so nicht stimmen.

## 2.2 Fallschirmsprung unter Einfluss der Reibung

Wir haben in den vorherigen Rechnungen noch nicht den für das Funktionieren des Fallschirmspringens wohl wichtigsten Faktor beachtet: die Reibung. Mit Einbezug der Reibungskraft werden die Werte in den realistischeren Bereich verschoben. Häufig geht man für höhere Fallgeschwindigkeiten von einer Luftreibung aus, die proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist. Dieses Verhältnis wird in der Formel der Newton- Reibung beschrieben. Die Formel dazu ergibt sich aus der Multiplikation des Faktors 0,5 mit der Geschwindigkeit im Quadrat und drei Konstanten, nämlich dem Strömungswiderstandskoeffizienten  $c_w$ , der Luftdichte  $\rho_L$  und der Fläche  $A$  des fallenden Gegenstandes. Folglich erhält man folgende Formel:

$$F_r(v) = \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A * v^2 \quad (4)$$

Wie man erkennen kann, ist – zumindest im Rahmen dieser vereinfachenden Betrachtung – die Geschwindigkeit die einzige Variable in der Formel. Ihr Quadrat ist proportional zur Kraft. Während also die Gewichtskraft bei einem freien Fall konstant bleibt, steigt die Reibungskraft mit dem Quadrat der Geschwindigkeit an. Zu einem bestimmten Zeitpunkt des Falls erreicht die Reibungskraft den Wert der Gewichtskraft. Als Folge heben sich diese beiden auf, da der Vektor der Reibungskraft in die entgegengesetzte Richtung zu dem Vektor der Gewichtskraft zeigt, was anhand dieses Bildes veranschaulicht wird.

Während der Kreis in der Mitte den fallenden Menschen darstellen soll, zeigen die Pfeile, die von dem Kreis ausgehen, die Kräfte und die Richtung der Kräfte an. Der Pfeil neben der Skizze steht für den Vektor der Fallgeschwindigkeit ( $v_{\text{Fall}}$ ) und veranschaulicht, dass die Gewichtskraft in dieselbe Richtung und die Summe der Reibungs- und Auftriebskraft in entgegengesetzte Richtung ausgerichtet sind.

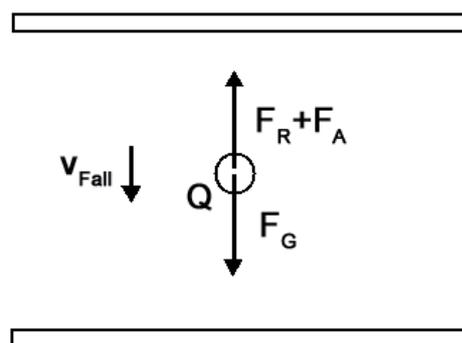


Abb.2 Ausrichtungen der Kräfte auf den Körper im freien Fall

Dies erklärt den Zustand in dem sich beide Kräfte aufheben, wenn sie gleich groß sind. Als Resultat nähert sich der fallende Körper einer konstanten Grenzggeschwindigkeit und erfährt keine weitere Beschleunigung. Abhängig

von der Masse und der Fläche kommt dafür ein unterschiedlicher Wert heraus. Bei unserem Beispiel entspräche das einer Geschwindigkeit von 113 m/s. Für die Fläche habe ich dabei eine Beispiellänge von 40 cm für eine Schulter und 20 cm für einen Fuß genommen, da man im besten Falle kerzengerade fällt, um so wenig Fläche wie möglich darzubieten, wenn die Falldauer möglichst kurz sein soll, wie bei einem HALO-Fallschirmsprung beabsichtigt. Der obige Wert für  $A$  bei einem Sprung ohne Fallschirm wird für die weiteren Rechnungen in dieser Arbeit übernommen. Doch trotz der Reibungskraft wären wir immer noch deutlich zu schnell, um den Aufprall unbeschadet zu überstehen. Man muss die Reibung noch weiter erhöhen damit man den Fall verlangsamt. Dies wird mittels eines Fallschirms erreicht.

### 2.3 Sprung mit Fallschirm

Man bietet durch das Öffnen des Fallschirms mehr Fläche, auf welche die Reibungskraft einwirkt. Die wechselseitige Kompensation der Kräfte erfolgt bei einer niedrigeren Geschwindigkeit. Anhand der Formeln lässt sich dies ebenfalls verdeutlichen. Die auf den fallenden Körper wirkende Kräfte mit den in  $k$  zusammengefassten „Konstanten“<sup>4</sup> der Reibungskraft ergeben folgende Formel:

$$F(g) = -m * g + k * v^2 \quad (k = \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A) \quad (5)$$

Da die Grenzggeschwindigkeit beim gegenseitigen Aufheben der Kräfte zustande kommt, wird die Formel mit dem Wert 0 gleichgesetzt:  $0 = -m * g + k * v$

diese Funktion ergibt nach dem Umformen zu  $v$  folgende Formel:  $v = \sqrt{m * \frac{g}{k}}$

Hier kommt es zu einer verringerten Höchstgeschwindigkeit, wenn die Konstante  $k$  einen höheren Wert hat. Und wie schon erwähnt, ist das bei Verwendung eines Fallschirms der Fall, weil  $k$  direkt proportional von der Fläche des fallenden Körpers abhängt.

---

<sup>4</sup> Neben der Fläche  $A$ , die durch Öffnen des Fallschirms verändert wird, ist auch der Wert der Luftdichte  $\rho_L$  keine Konstante, wie später im Detail erläutert wird.

## 2.4 Stokes- und Newton-Reibung

Doch dies sind nur die Voraussetzungen, welche auf einen Fallschirmsprung aus niedriger Höhe zutreffen. Es ist zu beachten, dass man bei 50.000m nicht mehr von Konstanten sprechen darf, wenn man die Parameter der Reibungskraft genauer betrachtet. Das bedeutet, dass die Formel des Strömungswiderstandes überdacht werden muss, bevor wir zum Fall und zu der Falldauer kommen. Die folgenden Rechnungen müssten sich entweder auf die Newton-Reibung, oder auf die Stokes-Reibung, welche von einem linearen Zusammenhang zwischen Reibungskraft und Geschwindigkeit ausgeht, beziehen. Stellt sich heraus, dass die Werte bei einer Berechnung – mithilfe einer der beiden Rechenwege – sehr von den tatsächlichen Werten abweichen, werden in den folgenden Schritten beide mit eingebunden. Doch welche Unterschiede weisen die beiden alternativen Ansätze zur Beschreibung der Reibung auf? Die relevantesten Aspekte sind die physikalischen Gegebenheiten, unter welchen die Formeln Anwendung finden. Die Einsatzgebiete unterscheiden sich nämlich in dem jeweiligen Turbulenzverhalten an dem zu betrachtenden fallenden Körper bzw. Bezugskörper. Die Luftströmungen wandeln sich ab einer kritischen Geschwindigkeit von einer laminaren zu einer turbulenten Form um. Dabei ändert sich auch die Proportionalität des Luftwiderstandes zu der Fallgeschwindigkeit von einer direkten zu einer quadratischen, weshalb die Stokes-Reibung nur bei laminaren Luftströmungen und die Newton-Reibung nur bei turbulenten anzuwenden sind. Die kritische Geschwindigkeit, bei der sich die Strömungseigenschaften ändern, lässt sich mithilfe der sogenannten Reynolds-Zahl ermitteln, welche definiert ist als:

$$Re = \rho * v * \frac{d}{\eta} \quad (\eta = \nu \cdot \rho) \quad \rightarrow \quad Re = v * \frac{d}{\nu} \quad (6)$$

Dabei stellt  $\rho$  die Dichte des Fluides – hier Luft –,  $\nu$  die Strömungsgeschwindigkeit des Fluides gegenüber dem Körper und  $d$  die charakteristische Länge des Körpers dar. Die charakteristische Länge ist für die jeweilige Problemstellung definiert bzw. zu definieren. Bei Strömungskörpern wird üblicherweise die Länge des Körpers in Strömungsrichtung gewählt. Überschreitet die Reynolds-Zahl einen kritischen Wert ( $Re_{krit}$ ), wird eine bis dahin laminare Strömung anfällig gegen kleinste Störungen.

Entsprechend ist für  $Re > Re_{krit}$  mit einem Umschlag von laminarer in turbulente Strömung zu rechnen.<sup>5</sup>

Dieser kritische Wert  $Re_{krit}$  befindet sich näherungsweise bei  $10^5$ , ein Wert, welcher einer überströmten Platte zugeordnet ist.<sup>6</sup> Für die charakteristische Länge  $d$  des Bezugskörpers nehmen wir in unserer Abschätzung zwei Meter, da der Wert der Größenordnung eines Menschen entspricht.  $1,2 \text{ kg/m}^3$  beträgt die Dichte der Luft auf der Höhe des Meeresspiegels, und sie besitzt dann eine Viskosität von ca.  $17 \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$ ,  $17 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  in SI-Einheiten.<sup>7</sup> Als letzten Schritt heißt es jetzt, die Formel (5) nach  $v$  umzustellen, um mit dem Einsetzen der aufgelisteten Werte die kritische Geschwindigkeit für unseren Fall zu berechnen.

$$Re = \rho * v * \frac{d}{\eta} \quad | * \eta / \rho * d$$

$$v = Re * \frac{\eta}{\rho} * d$$

$$v = 105 * 17 * 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \frac{\text{s}}{2} \text{ m} * 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v \sim 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die  $0,7 \text{ m/s}$  lassen darauf zurückschließen, dass die kritische Geschwindigkeit beim freien Fall innerhalb kürzester Zeit erreicht wird. Im Hinblick auf die kurze Dauer der laminaren Strömungsphase beim freien Fall wird die Stokes-Reibung nicht angewendet.

## 2.5 Auftrieb

Bevor wir uns nun der genaueren Untersuchung des Strömungswiderstandes widmen können, gibt es zu guter Letzt noch zu klären, welche Rolle der Auftrieb (siehe Abb.2) spielt. Doch wann ist der Auftrieb vernachlässigbar? „Bei Objekten, die spezifisch viel schwerer sind als die Luft, wird dieser Auftrieb vernachlässigt bzw. direkt mit der Gewichtskraft verrechnet.“<sup>8</sup> Da der menschliche Körper zum größten Teil aus Wasser besteht, lässt sich für eine Abschätzung des durch den Auftrieb

<sup>5</sup> Vgl. Schade Heinz, Strömungslehre, 1989, S. 100.

<sup>6</sup> Vgl. Grimsehl Ernst: Lehrbuch der Physik, 1954, S. 271–273.

<sup>7</sup> Vgl. Prof. Dr.-Ing. Leder A., Grundlagen der Strömungsmechanik, 2012

<sup>8</sup> Prof. Maurer Werner, Widerstand und Auftrieb, 2014

beigesteuerten Beitrags ohne größere Bedenken die Dichte des Wassers für die Körperdichte verwenden. Bei einem Wert von ca.  $995 \frac{kg}{m^3}$  liegt diese in etwa drei Größenordnungen höher als die Luftdichte, welche einen Wert von ca.  $1,2 \frac{kg}{m^3}$  hat. Mit anderen Worten ist der Einfluss des Auftriebes zu gering, um berücksichtigt werden zu müssen.

## 2.6 Newton-Reibung

### 2.6.1 Gegebene Größen

Die Formel zur Newton-Reibung wird für die Betrachtung in mehrere Bereiche unterteilt, da der Luftwiderstand und die Bezugsfläche separat zu behandeln sind. Zu Beginn schenken wir also dem Ausdruck  $0,5 * c_w * v^2$  unsere Aufmerksamkeit. Da der Faktor 0,5 nur ein Proportionalitätsfaktor ist und der Ausdruck  $v^2$  nur unsere Variable in der Formel enthält, fallen diese aus der Analyse heraus. Der Widerstandskoeffizient  $c_w$  nimmt hingegen eine besondere Position ein. Er unterscheidet sich je nach Rechnung abhängig von „der Anströmgeschwindigkeit  $v$ , der Dichte  $\rho$  und der Viskosität (Zähigkeit)  $\eta$  des Fluides sowie der geometrischen Abmessung (einer charakteristischen Länge)  $L$  des Körpers.“<sup>9</sup> Dazu kommt, dass der Widerstandswert auf einer sehr experimentellen Basis ermittelt wird. Daher greift man auf zwei Werte zurück, die den Formen „Mensch, stehend“, vor dem Öffnen des Fallschirms, und „Fallschirm“, nach dem Öffnen des Fallschirms, zugeschrieben werden.<sup>10</sup>

Zustand	Widerstandswerte $c_w$
Mensch, stehend	0,78
Fallschirm	1,4

Abb.3 Typische Widerstandsbeiwerte

<sup>9</sup> Bohl Willi, *Technische Strömungslehre*, 2012

<sup>10</sup> Vgl. Heidorn Dieter, *Fall mit Luftwiderstand*, 2016

## 2.6.2 Luftdichte

### 2.6.2.1 Erdatmosphäre

Die Luftdichte hingegen stellt sich als nicht so konstant heraus, wie man es eigentlich von dieser Größe erwarten würde. Das liegt an der Höhe, welche hier ausgewählt wurde. Im Gegensatz zu den standartmäßigen Fallschirmsprüngen, welche einen nur geringfügigen Unterschied zwischen der minimalen und maximalen Luftdichte aufweisen, würde man bei Sprüngen aus einer wesentlich größeren Höhe mehrere Luftsphären durchwandern und dabei ein größeres Spektrum an unterschiedlich konzentrierten Luftdichten durchqueren.

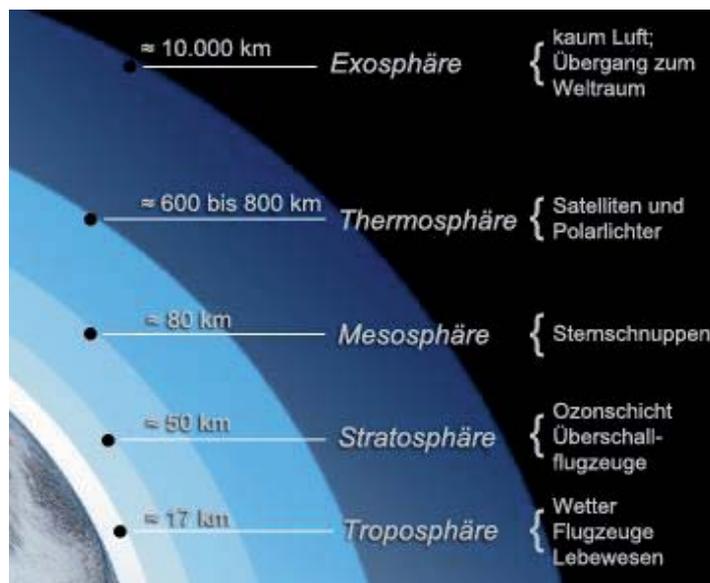


Abb.4 Die Schichten der Erdatmosphäre

Zunächst betrachten wir dafür die Erdatmosphäre und teilen sie in ihre verschiedenen Sphären und Pausen<sup>11</sup> auf. Diese vergleichen wir anhand von Durchmesser und Luftdichte. Die entsprechenden Werte werden dann in Relation gesetzt und ein Mittelwert für die Änderung der Luftdichte pro Abschnitt berechnet. Als Längeneinheit für die Änderung wird ein Meter verwendet. In Anbetracht unseres anfänglich ausgewählten Wertes von 50.000m sind nur die Tropo- und die Stratosphäre betroffen, da mit dem äußeren Rand der Stratosphäre schon die entsprechende Ausgangshöhe erreicht wird. Der Übergang zwischen der Strato- und Troposphäre ist durch die Tropopause gekennzeichnet.<sup>12</sup> Um nun an die Werte für die Luftdichte in regelmäßigen Höhenabschnitten zu kommen, müssen wir einige Formeln miteinander verknüpfen. Anzumerken ist noch, dass man die Luftdichte nicht als proportional zu dem Luftdruck ansehen darf. Zwar würde das den Rechenvorgang erleichtern, doch nur stimmen, wenn die Temperatur mit der Höhe konstant bleiben würde. Doch da

<sup>11</sup> Grenzschichten zwischen zwei unterschiedlichen Sphären

<sup>12</sup> Vgl. Klose Brigitte, *Meteorologie*, 2008, S.67

sie variiert und mit der Luftdichte direkt in Verbindung steht, ist die Proportionalität nicht gegeben. Vorangestellt die wichtigste der Formeln, die Formel zur Luftdichte.

Unter der Hypothese, dass die Luft als ideales Gas angesehen wird, ist die Formel

$$\text{folgendermaßen konzipiert: } \rho = p * \frac{M}{R} * T \quad (\text{normale Luft}) \quad (7)$$

$M$ ,  $p$  und  $T$  stehen für die molare Masse der Luft, den Luftdruck und die Temperatur, d.h. die Parameter, die noch herausgefunden werden müssen und, deren Berechnung als nächstes folgt. Die universelle Gaskonstante ist, wie der Name schon sagt, der einzige konstante Wert in der Formel und „kann als Produkt von zwei anderen Konstanten, der Avogadro-Zahl  $N_A$  und der Boltzmann Konstanten  $k_B$ , gemäß  $R = k_B N_A$  berechnet werden.“<sup>13</sup>  $R = 8,314510 \frac{J}{K * mol}$

Es ist anzumerken, dass in den Berechnungen der drei Parameter vermehrt Annahmen getroffen werden müssen, da die Werte von vielen stark variierenden Faktoren wie z.B. der Jahres- oder Tageszeit oder auch dem Wetter abhängig sind.

### 2.6.2.2 Luftdruck

Zu Beginn befassen wir uns mit dem Luftdruck. „Die Barometrische Höhenformel gibt den Luftdruck in Abhängigkeit von der Höhe an.“<sup>14</sup>

$$p(h) = p_0 * \exp(-p_0 * g * \frac{h}{p_0}) \quad (8)$$

Im Folgenden wird erklärt, was die verschiedenen Formelzeichen bedeuten. Der Luftdruck, welcher in unserer Referenz- bzw. Ausgangsposition herrscht, wird mit  $p_0$  gekennzeichnet. Auch wie bei  $p_0$  zeigt der Index 0 in  $p_0$  auf, dass es sich hier um den Luftdruck in unserer Ausgangsposition handelt. Auf Meereshöhe beträgt der Luftdruck 101.325Pa (SI-Einheit). Eine weitere Konstante ist  $g$ , d.h. die Fallbeschleunigung. Und natürlich nicht zu vergessen ist die Variable, welche in diesem Falle  $h$ , die Höhe ist.

<sup>13</sup> Spektrum Akademischer Verlag, *allgemeine Gaskonstante*, 1998

<sup>14</sup> Kahlert Uwe, *Barometrische Höhenformel*, 2012

Um ein möglichst realitätsnahes Ergebnis zu erhalten, teilen wir die Höhe in relativ kleine Abschnitte von 100m ein, was uns eine Ergebnismenge von 500 Werten liefert. Da die Berechnungen sowohl recht einfach als auch einander ähnlich sind, führe ich diese nicht weiter auf. Zur Übersicht sind in folgender Tabelle 10 der 500 Werte in einem Höhenintervall von 5 km aufgelistet:

Höhe in km	Luftdruck in Pa
5	56.680
10	31.707
15	17.737
20	9.922
25	5.550
30	3.105
35	1.737
40	972
45	544
50	304

*Abb.5 Luftdruckwerte*

### 2.6.2.3 Temperatur

Für die Temperatur war anfänglich gedacht, atmosphärentypische Werte aus Quellen herauszusuchen, welche aber nicht genau bestimmt werden können, da sich die Tropopause abhängig von der Position auf der Erde in einer Höhe von 8 - 18 km befindet. Infolgedessen variieren die Temperaturen, weshalb kaum konkrete Werte aufgelistet sind.<sup>15</sup> Nachdem sich die Höhe der Tropopause als nur schwierig bestimmbar herausstellte, bleibt noch eine andere Methode. Wir nutzen die Eigenschaften der Sphären und Pausen, um uns selber die nötigen Werte zu berechnen. Nach deren Verhalten hinsichtlich der Temperatur lassen sich die 50 km in Abschnitte einteilen, da diese nicht durchgängig einer konstanten Temperaturabnahme unterliegen. Die Temperatur nimmt mit 6,5 Grad pro km ab, bis das atmosphärische Ozon mit dem Beginn der Stratosphäre als Bestandteil der Atmosphäre auftritt.<sup>16</sup> Aufgrund der Absorption von kurzwelliger und langwelliger Strahlung hat das stratosphärische Ozon auch einen wichtigen Einfluss auf die vertikale Temperaturverteilung. Während in der Troposphäre die Temperatur von 15°C am Boden auf weniger als -50°C an der Tropopause abnimmt, hat die Absorption von Strahlung durch Ozon eine deutliche Erwärmung bis zu 0 °C in 50km Höhe zur Folge.<sup>17</sup>

<sup>15</sup> Vgl. Fabian Peter, *Atmosphäre und die Umwelt*, 1983, S.62

<sup>16</sup> Vgl. Megie Gerard, *Ozon – Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*, 1991, S.12

<sup>17</sup> Vgl. Megie Gerard, *Ozon – Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*, 1991, S.13

Doch die Phase des Temperaturanstieges in der Stratosphäre folgt erst auf eine isotherme Region mit  $-50^{\circ}\text{C}$ .<sup>18</sup> Die Länge dieses isothermen Abschnittes ist nicht näher bestimmt. Es liegt nahe, dass die Isothermie mit dem Beginn der Ozonschicht aufhört, da in der Ozonschicht 75% der gesamten Ozonmenge konzentriert ist. Aufgrund dieser Erklärung wäre es vorstellbar, dass sich die Luftschichten durch die verstärkte Absorption ab einer Höhe von 15 km erwärmen.<sup>19</sup> Folglich müssen wir uns, trotz der Ungenauigkeiten für einen Wert für die Tropopause entscheiden. Für die Festlegung der Lage bzw. Dicke der Tropopause muss der Ausgangsort des Fallschirmsprungs genau bestimmt werden.

Die simpelsten zwei Möglichkeiten wären, sich für eines der zwei Extrema, also für einen der beiden Pole mit 8 km oder für die Tropen mit 18 km zu entscheiden. Der Nachteil wäre, dass diese Positionen sich extrem von unseren tatsächlichen Koordinaten unterscheiden würden, und die Wahrscheinlichkeit, dass der Sprung am Nord-oder Südpol oder in Äquatorialnähe durchgeführt wird ist aufgrund von geografischen Begebenheiten gering. Daher er-

scheint es weitaus sinnvoller, einen Ort in den mittleren Breiten zu wählen. Einen passenden Wert bieten die Mittelbreiten mit ungefähr 11 km für die Höhe der Tropopause, wenn man die Hoch- und Tiefdruckgebiete nicht mit einbezieht.

<sup>20</sup> Auch Messungen zu der „Erforschung der freien Atmosphäre [...] zeigten, daß [sic!] der schnelle Temperaturabfall in ungefähr 11km Höhe zum Stillstand kommt und daß [sic!] in größeren Höhen eine annähernd isotherme Region konstanter Temperatur folgt.“<sup>21</sup>

Höhe in km	T in C	T in K
5	-12,5	260,65
10	-45	228,15
15	-51,5	221,65
20	-44,35	228,8
25	-37,2	235,95
30	-30,05	243,1
35	-22,9	250,25
40	-15,75	257,4
45	-8,6	264,55
50	-1,45	271,7

*Abb.6 Temperaturverläufe in unterschiedlichen Höhen*

Damit hat man die erste, die untere der beiden Grenzen der isothermen Region festgelegt. Die weiter oben gelegene befindet sich bei 15km, der unteren Grenze der Ozonschicht.

<sup>18</sup> Vgl. Roedel Walter, *Physik unserer Umwelt – Die Atmosphäre*, 1992, S.58

<sup>19</sup> Vgl. Megie Gerard, *Ozon – Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*, 1991, S.20

<sup>20</sup> Vgl. Megie Gerard, *Ozon – Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*, 1991, S.14

<sup>21</sup> Megie Gerard, *Ozon – Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*, 1991, S.19

Ausgehend von einer konstanten Temperaturzunahme in den restlichen 35km, erhält man ungefähr 1,43 Grad pro km. Als Temperatur auf Bodenhöhe werden 20 Grad Celsius angesetzt. Auch hier teilen wir die Höhe in Schritte von 100m ein. Alle Temperaturen müssen in Kelvin umgerechnet werden.

#### 2.6.2.4 Molare Masse

Letztlich bleibt die Berechnung der molaren Masse. Eine besondere Stellung nimmt hierfür die trockene Luft der Stratosphäre ein, da die molare Masse konstant bei  $28,9644 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  bleibt.<sup>22 23</sup> Für die molare Masse unter Normalbedingungen hingegen ist die Herleitung nicht so trivial. Eine andere Beschreibung für trockene Luft ist Luft mit einer relativen Luftfeuchtigkeit von 0%. Während sich in der Luft der Stratosphäre konstant 0% der aufnahmefähigen Wassermenge befindet, verändert sich die relative Luftfeuchte auf Bodenhöhe. Besonders nimmt die Temperatur durch ihre Auswirkung auf den Dampf- und Gasdruck einen großen Einfluss. Beide steigen im Falle einer Temperaturerhöhung, vermutlich der Gasdruck stärker als der Dampfdruck, wodurch eine größere Menge an Wasser aufgenommen wird, der damit verbundene Dampfdruck ausgeglichen und die Bildung von Wassertropfen verhindert werden kann.<sup>24</sup> Als Folge ist die Luft mit einer größeren Menge an Wasser angereichert, was die molare Masse verändert. Dieser Veränderung ist keineswegs linear. Um die relative Luftfeuchtigkeit zu berechnen, müssten wir die absolute Luftfeuchtigkeit mit 100% multiplizieren und das Ergebnis durch die maximale Lufttemperatur teilen. Jedoch sind weder die absolute noch die maximale Feuchtigkeit für die 500 verschiedenen Höhen aufzufinden. Höchstwahrscheinlich würde auch der abfallende Luftdruck die Berechnungen weiter erschweren. Man muss sich auf die Angaben beschränken, dass die relative Luftfeuchtigkeit bei ansteigender Höhe bis auf 0% mit dem Beginn der Stratosphäre bei elf Kilometer absinkt und der mit der dem Druckabfall einhergehende Abfall der Temperatur immer langsa-

---

<sup>22</sup> Vgl. Megie Gerard, *Ozon – Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*, 1991, S.22

<sup>23</sup> Vgl. Knecht Stefan, *Universelle Gaskonstante*, 2016

<sup>24</sup> Vgl. Kubb Christian, *Luftfeuchtigkeit*, 2010

mer erfolgt. Dazu kommt, dass die Abweichung bei einer Annahme von einem linearen Verlauf nicht allzu groß ist, denn es liegt nur ein Unterschied von ca.  $5 \frac{g}{mol}$  zwischen der molaren Masse von trockener Luft und der Luft unter Normalbedingungen vor. Daher bauen wir auf die Annahme eines linearen Abfalls auf. Als Normalbedingung wird die molare Masse bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50% gewählt. Die molare Masse beträgt für Wasserdampf ca.  $18,02 \frac{g}{mol}$ .<sup>25</sup> Ergänzt man dazu die ca.  $29 \frac{g}{mol}$  von der trockenen Luft, kann man die molare Masse zur Luft mit 50% Luftfeuchtigkeit anhand des Mittelwertes bestimmen. Auch hier kommt die Staffelung der Höhe zum Einsatz und liefert uns die letzte zur Berechnung der Luftdichte fehlende Komponente. Für den Vergleich mit den realen Werten gilt für die Luftdichte auf Meeresspiegelhöhe.

$$\text{Geg.: } M = 0,02349 \frac{kg}{mol} \quad R = 8,31451 \frac{J}{mol \cdot K} \quad p = 101.325 Pa \quad T = 293,15 K$$

$$\text{Ges.: } \rho \text{ Formel: } \rho = p * \frac{M}{R} * T$$

$$\text{Lsg.: } \rho = 101.325 Pa * \frac{0,02349 \frac{kg}{mol}}{8,31451 \frac{J}{mol \cdot K}} * 293,15 = 0,97650 kg/m^3 \quad \sim 1 kg/m^3$$

Wie zu erwarten gibt es Abweichungen, doch in Anbetracht der Differenz zur der Luftdichte in 50.000m Höhe ( $0,0024 \frac{kg}{m^3}$ ) verliert der Wert von  $0,2 \frac{kg}{m^3}$  an Bedeutsamkeit. Die anfängliche Vermutung, der rasante Verlust von Masse pro Kubikmeter mit zunehmender Höhe hingegen, ist damit bestätigt.

### 2.6.3 Der Fallschirm als Einflussfaktor auf die Reibung

Für den optimalen Fall bei einem HALO-Fallschirmsprung müssen der Fallschirm bzw. die Fläche des Fallschirms zwei Anforderungen erfüllen. Zum einen muss der fallende Körper auf eine Geschwindigkeit gedrosselt werden, mit welcher der Aufprall kein Risiko darstellt. Zum anderen soll dabei die Dauer des Falls so niedrig wie möglich gehalten werden.

---

<sup>25</sup> Vgl. Langeheinecke, *Thermodynamik für Ingenieure*, 2008, S. 67

In der Regel werden Fallschirme in einer Höhe zwischen 1200 und 1000m über dem Grund geöffnet. Die tatsächliche Landung wird hingegen 300m über dem Boden eingeleitet. Dazu kommt eine manuelle Bremse, von der in den letzten 2m Gebrauch gemacht wird. Um die Falldauer weit möglichst zu verkürzen, wird der Fallschirm bei unserem Versuch so spät wie möglich geöffnet, also in den letzten 100m. Ein längerer Fall mit dem Fallschirm ist nicht möglich. Insofern muss eine Sinkgeschwindigkeit von  $5 \frac{m}{s}$  so knapp wie möglich vor der Landung erreicht werden.<sup>26</sup>

Um präziser zu sein: sie sollte zehn Meter über dem Grund erreicht sein. Damit hat der Fallschirmspringer noch zwei Sekunden zur Verfügung, um mithilfe der manuellen Bremse die Geschwindigkeit nach Belieben zu adjustieren. Vermutlich würde dieser die Geschwindigkeit ungefähr über einen Bereich von acht Metern auf weniger als 1 m/s senken und die letzten zwei Meter langsam heruntersinken. Der Vorgang nimmt ungefähr 4 Sekunden in Anspruch. Genauer bestimmen lässt sich die Dauer aufgrund des individuellen Faktors nicht, weshalb wir uns direkt mit dem längeren Teil des Falls befassen.

Auch hier müssen wir uns im Klaren sein, mit welchen Geschwindigkeiten wir arbeiten, vorangestellt die Grenzgeschwindigkeit. Nach den von uns erarbeiteten Informationen über die „Konstanten“ sollte sich bei dem fallenden Körper keine konstante Geschwindigkeit über die gesamte Fallstrecke einpendeln. Trotzdem kann man diese These einer Grenzgeschwindigkeit bestätigen, da man ab einem gewissen Zeitpunkt das Maximum an Geschwindigkeit erreicht hat. Diese nimmt zwar im Laufe des Falls aufgrund der Erhöhung der Luftdichte ab, doch bleibt sie auf der jeweiligen Höhe die maximale Geschwindigkeit, also die Grenzgeschwindigkeit. Nun gilt es eine Fläche für den Fallschirm zu finden, bei welcher der Fallschirmspringer eine Grenzgeschwindigkeit von  $5 \frac{m}{s}$  aufweist. Und dazu ist noch der Zeitpunkt herauszufinden, an welchem es von Nöten ist, den Fallschirm zu öffnen, um die  $5 \frac{m}{s}$  in zehn Metern über dem Boden zu erreichen. Um diesen Zeitpunkt ausfindig zu machen, brauchen wir die Geschwindigkeit, welche an dem besagten Moment vorherrscht.

---

<sup>26</sup> Vgl. Möser Erik, *Fallschirmspringen*, 2012

Für die Berechnung wenden wir die anfangs eingeführten Formeln 1 und 4, die Formeln zur Gewichtskraft und Reibungskraft, und daneben dieselbe Vorgehensweise an. Da sich im Laufe des Falls die beiden Kräfte aufheben, setzen wir die Formeln gleich und stellen dann nach  $v$ , der Geschwindigkeit, um.

$$F_g = m * g \quad F_r(v) = \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A * v^2 \quad F_g = F_r(v)$$

$$m * g = 0,5 * c_w * \rho_L * A * v^2 \quad | * \frac{2}{c_w * \rho_L * A}$$

$$v^2 = \frac{g * 2 * m}{c_w * \rho_L * A} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$v = \sqrt{\frac{g * 2 * m}{c_w * \rho_L * A}}$$

Für den nächsten Schritt wenden wir dieselben Formeln nochmals an, umgestellt nach  $A$ , der Fläche. Zu beachten ist, dass wir dieses Mal für den Widerstandskoeffizienten 1,4 statt 0,78 und für die Luftdichte den Wert auf 0m Höhe benutzen, da wir mit einem geöffneten Fallschirm rechnen und die 5 m/s innerhalb der letzten 100m erreicht werden.

$$v^2 = 2 * m * g / c_w * \rho_L * A \quad | * A / v^2$$

$$A = 2 * m * g / c_w * \rho_L * v^2$$

$$\text{Lsg.: } A \sim 40m^2$$

Die letzte Hürde vor der Bestimmung der Falldauer gibt sich wie erwähnt in der Berechnung des Zeitpunktes des Öffnens des Fallschirms zu erkennen. Die wohl exakteste Möglichkeit zur Berechnung wäre die Integration folgender Formel:

$$F_g = m * g \quad F_r(v) = \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A * v^2 \quad F_G = m * a \quad F_G = F_g + F_r(v)$$

$$m * a = m * g - \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A * v^2$$

$$a = g - \frac{1}{2} * c_w * \rho_L * A * v^2 / m$$

Durch das Integrieren dieser letzten Funktion würden wir eine neue schaffen, welche ermöglicht die Dauer der Reduzierung von einer von uns ausgewählten Geschwindigkeit auf  $5 \frac{m}{s}$  zu berechnen. Eine weitere Integration würde uns dazu Werte für die zurückgelegte Strecke liefern. Doch in beiden Fällen müssten wir riccati-

schen Differentialgleichungen lösen, welche aufgrund ihrer Komplexität den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden. Stattdessen greifen wir auf einfachere Verfahrensweisen zurück: Näherungen. Dafür nutzen wir die oben aufgestellte Gleichung, ersetzen  $a$  mit  $\Delta v/\Delta t$ , stellen die Funktion nach  $\Delta t$  um und setzen für  $v$  den Mittelwert für die beiden Grenzggeschwindigkeiten ein. Die restlichen Werte entsprechen denen bei der Berechnung der Fläche, da sich die Konditionen nicht geändert haben.

$$\Delta t = \frac{m + \Delta v}{m * g - \frac{1}{2} * c \omega * \rho L * A * v^2} \quad \text{Lsg.: } \Delta t \sim 0,11s \quad (9)$$

Das erste, was anhand des Ergebnisses auffällt, ist, dass die Näherung zu ungenau ist. Auch bei einem Fall unter solch extremen Bedingungen erscheint die Dauer von 0,11 Sekunden unnatürlich kurz. Um ein realistischeres Resultat zu erlangen, führen wir eine weitere, genauere Näherung durch. Dieses Mal wird bei der Gleichung der Differentialquotient durch einen Differenzenquotienten ersetzt,  $v$  durch Näherungswerte bestimmt und die Lösung iterativ ermittelt.

$$m * \frac{v(n) - v(n-1)}{t(n) - t(n-1)} = m * g - \frac{1}{2} * c \omega * \rho L * A * (v(n-1))^2 \quad (10)$$

$$v(n) = \left( \frac{t(n) - t(n-1)}{m} \right) * \left( m * g - \frac{1}{2} * c \omega * \rho L * A * (v(n-1))^2 \right) + v(n-1)$$

Wenn man hier solange Werte für die Zeitdauer einsetzt, bis die resultierende Geschwindigkeit mit der Grenzggeschwindigkeit des Fallschirmes übereinstimmt, kristallisiert sich eine Zeitspanne von 1,741 Sekunden heraus. Es vergehen zwischen dem Öffnen des Fallschirms und des Runterdrosselns auf  $5 \frac{m}{s}$  1,741 Sekunden.

Um nun noch die Höhe, in welcher der Fallschirm geöffnet wird, herauszufinden, berechnen wir die in Zeitintervallen zurückgelegten Strecken und addieren sie miteinander. Da dies wiederum keine exakte Berechnung, sondern nur eine Annäherung ist, berechnen wir die Werte solange mit unterschiedlichen Zeitintervallen, bis die Abweichungen klein genug sind, um sie zu vernachlässigen. Bei 0,0005 Sekunden bekommen wir eine Anzahl von ca. 3500 Teilergebnissen, die addiert eine Länge von 15,676 m ergeben und mit den Ergebnissen anderer Intervalle vergleichbar sind. Somit kennen wir die Fläche des Fallschirms, den Zeitpunkt und die Höhe für das Öffnen des Fallschirms und die Dauer der Reduzierung der Geschwindigkeit und des Sinkflugs.

## 2.7 Ergebnis

In dem letzten Punkt dieser Facharbeit werden die Ergebnisse zusammengetragen und mit diesen die Falldauer des gesamten Fallschirmsprungs berechnet. Zu Beginn teilen wir dafür den Sprung ein weiteres Mal in drei Teile auf. Von einem der drei, der Verlauf nach der Öffnung des Fallschirms, kennen wir schon die Dauer. Dieser besteht aus den 1,741 und 4 Sekunden. Die zwei übrigen sind zum einen der Abschnitt, in welchem der Körper auf die Grenzgeschwindigkeit beschleunigt wird, und zum anderen der Zeitraum ab dem Erreichen der Grenzgeschwindigkeit bis zur Öffnung. Für den zweiten Teil nehmen wir nochmal die Gleichung (10) her. Mit Hilfe von Zeitintervallen und der nach der Zeitdauer erreichten Geschwindigkeit berechnen wir die zurückgelegte Strecke und vergleichen die Werte mit den uns errechneten Geschwindigkeiten. Dabei stellt sich heraus, dass die Grenzgeschwindigkeit mit  $618 \frac{m}{s}$  nach einem Fall von 74,4s in einer Höhe von 24.000m erreicht wird. Zu guter Letzt nehmen wir die am Anfang eingeführte Formel (2) her, die es auf die übrigen 23.977m anzuwenden gilt. D.h. wir dividieren das Längenintervall von 100m durch die Grenzgeschwindigkeiten, addieren die Werte miteinander und

erhalten mit 86,3 Sekunden die Zeit für fallschirmlosen Teil des Sprungs auf Höchstgeschwindigkeit. Zusammengefasst ergeben die Werte die folgende

$h$ in $m$	$t$ in $s$	$v$ in $\frac{m}{s}$	Position
50.000	0	0	Absprung
24.000	74,4	618	Erreichen der Grenzgeschwindigkeit
22,6	160,7	151	Öffnen des Fallschirms
10	161,8825	5	Sinkflug
0	165,8825	0	Landung

Tabelle für die Etappen:

*Abb.7 Ergebnistabelle*

### 3. Die Grenzen des Möglichen

Ein Fallschirmsprung aus 50.000m Höhe hat bei einem Körpergewicht von 70kg und einer geraden Körperhaltung eine minimale Falldauer von zwei Minuten und 45,8825 Sekunden und stellt somit einen Fallschirmsprung aus extremen Höhen mit den Attributen des HALO-Jumping dar. Abschließend wirft das Thema noch eine zu behandelnde Frage auf. Ist dieser Fallschirmsprung überhaupt realistisch? Dazu kommen wir nochmal zu Felix Baumgartner zurück. Seine Höchstgeschwindigkeit während des Falls betrug 1357,6 km/h und sorgte damit schon für Aufregung, da der Wert höher als erwartet war. Bei unserem Versuch erreichen wir Werte, die mit 2224,8km/h fast um 1000 km/h höher sind. Von den Geschwindigkeitswerten her liegen wir deutlich höher, was erklärt werden muss. Dazu kommt, dass es vermutlich nahezu unmöglich ist, die kerzengerade Haltung für den ganzen Fall beizubehalten. Man bräuchte eine extreme Körperspannung und müsste einen Weg finden, trotz der entgegenkommenden Strömung parallel zum Vektor der Geschwindigkeit zu fallen. Die Reibung ist in Wirklichkeit wohl etwas höher. Trotzdem zeigen die Berechnungen, dass die Belastungen noch einmal signifikant höher sind als bei dem Sprung von Felix Baumgartner.<sup>27</sup> Es ist fraglich, ob der Körper mit solch drastischen Veränderung zurechtkommen würde.

Diese Indizien sprechen eher gegen einen Fallschirmsprung aus dieser Höhe und lassen ihn damit für uns unrealistisch erscheinen. Und das ist auch gut möglich. Daher wird wohl die „experimentelle“ Version unseres 50km HALO Fallschirmsprungs ausbleiben. Doch ich könnte unrecht haben. Der Mensch ist sehr belastbar. Man wird sehen, was die Zukunft an Rekordsprüngen für uns bereithält.

---

<sup>27</sup> Übrigens stellt auch der Bremsvorgang eine Herausforderung dar. In weniger als 2 Sekunden von 151 m/s auf 5 m/s gebremst zu werden, wirkt sich auf den Körper aus.

## Anhang

## Abbildungsverzeichnis

## Literatur- und Quellenverzeichnis

### Buchquellen:

Böge, Alfred/ Böge, Gert/ Böge, Walter/ Schlemmer, Walter/ Weißbach, Wolfgang: *Technische Mechanik. Statik – Dynamik – Fluidmechanik – Festigkeitslehre*. 29. Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag, 2011

Fabian, Peter: *Atmosphäre und Umwelt. Chemische Prozesse Menschliche Eingriffe*. 3. Auflage. Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag, 1989

Grimsehl, Ernst: *Lehrbuch der Physik. Mechanik, Wärmelehre, Akustik*. 15. Auflage. Leipzig: Teubner Verlag, 1954

Klose, Brigitte/ Klose, Heinz: *Meteorologie. Eine interdisziplinäre Einführung in die Physik der Atmosphäre*. 2. Auflage. Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag, 2015

Kuchling, Horst: *Taschenbuch der Physik*. 20. Auflage. Leipzig: Carl Hanser Verlag, 2011

Kuttler, Wilhelm/ Pethe, Hermann/ Zmarsly, Ewald : *Meteorologisch-klimatologisches Grundwissen*. 3. Auflage. Stuttgart: Eugen Ulmer KG, 2007

Langeheinecke: *Thermodynamik für Ingenieure*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag, 2008

Mégie, Gérard: *Ozon. Atmosphäre aus dem Gleichgewicht*. Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag, 1991

Roedel, Walter: *Physik unserer Umwelt. Die Atmosphäre*. Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag, 1992

Schade, Heinz: *Strömungslehre*. Berlin: De Gruyter Verlag, 1989

Spurk, J.H.: *Strömungslehre. Eine Einführung in die Theorie der Strömungen*. 5. Auflage. Berlin Heidelberg New York: Springer Verlag, 2004

**Internetquellen:**

Bergweiler, Andreas P. (2014): *Freier Fall aus über 9.000 Metern*

[http://www.space-affairs.de/index.php?wohin=halo\\_tandem](http://www.space-affairs.de/index.php?wohin=halo_tandem) (20.10.2016)

Bohl, Willi (2012): *Technische Strömungslehre*

<https://www.google.com/search?q=Technische+str%C3%B6mungslehre+&ie=utf-8&oe=utf-8&channel=fs&trackid=sp-006> (28.10.2016)

Dieter, Heidorn (2016): *Fall mit Luftwiderstand*

[www.dieter-heidorn.de/Physik/VS/Mechanik/K05\\_FallMitFL/K05\\_FallMitFL.html](http://www.dieter-heidorn.de/Physik/VS/Mechanik/K05_FallMitFL/K05_FallMitFL.html) (28.10.2016)

Kahlert, Uwe (2012): *Barometrische Höhenformel*

<https://web.physik.rwth-aachen.de/~fluegge/Vorlesung/PhysIpub/Exscript/8Kapitel/IX6Kapitel.html> (29.10.2016)

Knecht, Stefan (2016): *Universelle Gaskonstante*

[www.chemie.de/lexikon/Universelle\\_Gaskonstante.html](http://www.chemie.de/lexikon/Universelle_Gaskonstante.html) (29.10.2016)

Kubb, Christian (2010): *Luftfeuchtigkeit*

[www.biologie-schule.de/luftfeuchtigkeit.php](http://www.biologie-schule.de/luftfeuchtigkeit.php) (30.10.2016)

Prof. Dr.-Ing. Leder, A. (2012): *Grundlagen der Strömungsmechanik*

<http://www.lsm.uni-rostock.de/uploads/media/GSMUmdruck-Teil1-Uebersichten.pdf> (25. 10.2016)

Mateschitz, Dietrich (2012): *Accomplishments*

<http://www.redbullstratos.com/about-felix/accomplishments/> (20.10.2016)

Prof. Maurer, Werner (2014): *Widerstand und Auftrieb*

[http://systemdesign.ch/wiki/Widerstand\\_und\\_Auftrieb](http://systemdesign.ch/wiki/Widerstand_und_Auftrieb) (28.10.2016)

Möser, Erik (2012): *Fallschirmspringen*

[www.adrenalinrausch.de/Fallschirmspringen.html](http://www.adrenalinrausch.de/Fallschirmspringen.html) (30.10.2016)

Spektrum Akademischer Verlag (1998): *allgemeine Gaskonstante*

[www.spektrum.de/lexikon/physik/allgemeine-gaskonstante/382](http://www.spektrum.de/lexikon/physik/allgemeine-gaskonstante/382) (28.10.2016)

### **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen Hilfsmittel als angegeben verwendet habe. Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlichen und sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe.

---

Ort / Datum

---

Unterschrift