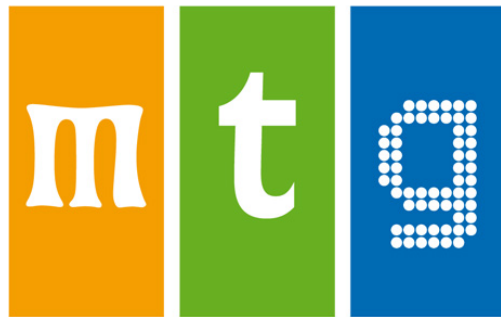




Maria-Theresia-Gymnasium München

Oberstufenjahrgang 2013/2015

W-Seminar: *Technik der Antike* (Latein)

Seminararbeit

Mechanik & Mathematik in der Antike

VerfasserIn:

Niclas Hille

Kursleiter:

Dr. Andreas Waschbüsch, LAv

Bewertung:

... Punkte

Unterschrift des Kursleiters:

3. November 2014

Vorwort

Die folgende Untersuchung widmet sich der Frage, inwiefern es zur seinerzeitigen Benutzung der Vitruv'schen Zug-Hebemaschine möglich war, Berechnungen mithilfe einer Formel oder eines Gerätes am Flaschenzug vorzunehmen, die Aufschluss darüber gaben, ob er die Last überhaupt anheben konnte, welche Art der Umsetzung am Flaschenzug gegebenenfalls angebracht sein musste. Darüber hinaus wird behandelt, ob mathematische Hilfen dieser Art verwendet wurden oder nicht.

Interessanterweise bleibt sehr oft bei der Behandlung antiker mechanischer Probleme und Fragen offen, inwiefern mathematische Theorien, die die zugrunde liegenden Prinzipien von Maschinen, Werkzeugen und Instrumenten erklärten, in der konkreten Benutzung auch tatsächlich Anwendung fanden. Heutzutage beobachtet man, dass der Alltag von technischem Wissen in seiner Anwendung geradezu durchdrungen ist. Es scheint so, als würde sich die Mathematik auf einen immer größeren Teil unseres Alltags- und Berufsleben ausweiten. Oft bleibt dem Benutzer nichts anderes übrig, als sich das nötige Hintergrundwissen anzueignen, um zum Beispiel Computer zu bedienen. Es ist unabstreitbar zu sagen, dass Schüler im 21. Jahrhundert eine so gute mathematische Ausbildung erfahren wie noch nie und dies nicht etwa, weil die Mathematik ein unerschöpfliches Feld der Forschung ist, sondern gerade deshalb, weil sie Grundlage vieler Dinge ist, die unseren Alltag einfacher machen. Auch für die Antike kann man solche mathematisch-gesellschaftlichen Entwicklungen ausmachen: Neue Geräte verhießen, was so viele antike Philosophen sich von der Mechanik erwarteten. Es schien, dass man die durch die Natur gegebenen Grenzen überwinden könne. Am deutlichsten kommt die Zuversicht in den Möglichkeiten der Technik in Aristoteles' berühmtem Ausspruch zum Ausdruck: „Gebt mir einen festen Punkt im All und ich werde die Welt aus den Angeln heben.“ Doch es bleibt die Frage, ob die rech-

nerischen Fähigkeiten bei der Anwendung der technischen Hilfsmittel überhaupt angemessen einbezogen wurden. Hatte die Mathematik einen praktischen Bezug oder diente sie in der Hauptsache zu Erklärung „zauberhaft“ wirkender Phänomene? Am Beispiel der Zug-Hebemaschine wird ersichtlich, dass eine der Benutzung vorausgehende Berechnung viele Risiken beseitigt. So müsste man sich beispielsweise nicht darum sorgen, ob eine falsche Rollenkombination den gewichtbedingten Zusammenbruch des Flaschenzuges hervorrufen würde. Darüber hinaus wäre genau vorhersehbar, welches Gewicht sogar bei optimaler Umsetzung nicht mehr anhebbar ist und ob deshalb auf andere Mittel zugegriffen werden muss. Die folgende Arbeit stellt die Verbindung von Mathematik und Mechanik in der Antike am Beispiel der Zug-Hebemaschine dar.

Inhaltsverzeichnis

1. Theoretische Grundlagen	1
1.1. Grundlegende Annahmen	1
1.2. Die Benutzung des Flaschenzugs auf antiken Baustellen	3
2. Die Vitruv'sche Zug-Hebemaschine	4
2.1. Genaue Beschaffenheit	4
2.1.1. Vergleich von Vitruvs Beschreibung in „De architectura“ mit [Schürmann 1991]	4
2.1.2. Mathematik der Zug-Hebemaschine heute	5
2.1.2.1. Hanfseile	5
2.1.2.2. Körperkraft des Menschen	6
2.1.2.3. Zusammenfassende Rechnung	7
2.2. Fazit	11
3. Antike Theorien über das Prinzip des Flaschenzuges	12
3.1. Das Prinzip der ungleichen konzentrischen Kreise	12
3.2. Herons Hebeltheorie als Wiederaufgriff von Archimedes' Theorie .	13
3.3. Gibt „De architectura“ Aufschluss darüber, ob Vitruv Archimedes' Theorie kannte?	15
4. „Mathematikbewusstsein“ zur Zeit Vitruvs und davor	17
4.1. Vitruvs aus „De architectura“ entnehmbare Mathematikkenntnisse	17
4.2. Ausbildung eines antiken Baumeisters	18
4.3. Keiltafeln als bauphysikalisch nutzbares Gerät	19
4.4. Entwurf von Maschinen in der Antike: Praxis vor Theorie	21
5. Fazit	22
5.1. Möglichkeit der Berechnung	23

5.2. Warum wurde wahrscheinlich keine mathematische Hilfe verwendet?	23
A. Abbildungsanhang	25
Abbildungsverzeichnis	31
Literaturverzeichnis	32
Erklärung	35

1. Theoretische Grundlagen

Die dargelegte Arbeit befasst sich mit der Zug-Hebemaschine aus Vitruvs Werk „De architectura“. Vitruv wurde wahrscheinlich 84 v. Chr. geboren, sein Todeszeitpunkt ist jedoch unklar.¹ Es interessiert der Stand der Mathematik zu einer bestimmten Zeit. Aufgrund der von [Degering 1907] dargelegten Arbeit wird die zeitliche Einordnung des Werkes in die Jahre 27 – 23 v. Chr. als Grundannahme in meine Arbeit übernommen.

1.1. Grundlegende Annahmen

Wie Fritz Krafft schreibt,² war es Aristoteles (384 – 332 v. Chr.)³ und Philon von Byzanz (etwa 260 – 200 v. Chr.)⁴ noch unmöglich, die Wirkungsweise des Flaschenzugs anhand ihrer statischen Betrachtungsweise zu erklären. Sie meinten, dass die erleichternde Wirkung des Flaschenzugs der selbsttätigen Rotationsbewegung der Rolle, die das Ziehen umsetzt, zugeschrieben werden müsse. Des Weiteren legt [Krafft 1970] dar, dass es Archimedes (287 – 212 v. Chr., etwa zeitgleich mit Philon) erstmals mithilfe der axiomatisch-deduktiven Methode gelungen war, die Wirkungsweise korrekt wiederzugeben. Interessant ist, dass in der Schrift „Mechanische Probleme“⁵, die Anzahl der Rollen einer Zug-Hebemaschine als irrelevant in der Frage des gewichtserleichternden Effekts erklärt wird. Diese These ist heute zweifelsfrei widerlegt.

¹ S. [Fensterbusch 2013, Einleitung, *Die Person des Verfassers*, S. 1 f.].

² Vgl. [Krafft 1970, S. 6 f.].

³ S. [Höffe 1996, S. 14/S. 21].

⁴ S. [Beck 1910, *Philon von Byzanz*, S. 64].

⁵ Die Verfasserschaft dieser Schrift ist nicht klar zuzuweisen. Mehr dazu in Fußnote 39.

Gemäß Astrid Schürmann hat Vitruv mit hoher Wahrscheinlichkeit die Mathematik zum Maschinenbau von Archytas von Tarent (435/410 – 360/350 v. Chr.)⁶, dem Begründer der mathematischen Behandlung der „Mechanike techne“, weitestgehend übernommen.⁷ Vitruv unterschied die Flaschenzüge über die Anzahl an Rollen, an denen die Umsetzung geschah, im Gegensatz zu Heron (um 62 n. Chr.)⁸, der dies über die Anzahl an Stützpfeilern tat. Er bezeichnete eine Maschine mit drei Rollen als „Trispastos“ und gleichermaßen mit fünf Rollen „Pentaspaston“. [Schürmann 1991] legt außerdem dar, wie verfahren wurde, wenn eine sehr schwere Last nicht durch einen „Pentaspaston“ gehoben werden konnte. Dann wurde an der sich drehenden Achse eine Seiltrommel angebracht, an der nun mehr Personen eine Drehung bewirken konnten, was für eine Erhöhung des maximal anhebbaren Gewichts sorgte. Diese essenzielle Erweiterung der Zug-Hebemaschine ist die laut [Schürmann 1991] nach Vitruvs Zeit auf den meisten Baustellen gegebene und fortgeführte Technik. Ungeachtet dessen bleibt jedoch die Frage bestehen, ob der Punkt, an dem diese Erweiterungen angebracht werden mussten, auch mathematisch ermittelt werden konnte.

Der französische Forscher Philippe Fleury stellt die mathematische Durchdringung einer solchen Maschine dar.⁹ Er macht klare Angaben für diverse Maße der Maschine (z.B.: 7,5 cm Durchmesser der Drehachse) und errechnet verschiedene maximal anhebbare Massen, jedoch finden sich mehrere Fehler in seinen Rechnungen sowie in seinem Verständnis vom Aufbau des Flaschenzuges.¹⁰ Auch von diesem Autor wird überhaupt nicht darauf eingegangen, ob es den antiken Baustellenarbeitern schon möglich war, mithilfe von Mathematik oder etwaigen Rechentafeln den Punkt, an dem die Umsetzung umgestellt werden musste, zu bestimmen, oder ob dies durch reines Ausprobieren erfolgte.

⁶ S. [Huffman 2005, Life, writings and reception, Chronology, S. 5]. Archytas wurde wahrscheinlich irgendwann zwischen 435 und 410 v. Chr. geboren und starb zwischen 360 und 350 v. Chr. (eigene Übersetzung).

⁷ S. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4].

⁸ S. [Drachmann 1969, S. 6]. Dies kann aufgrund einer Mondfinsternis in diesem Jahr festgestellt werden, mithilfe deren er Berechnung durchführte.

⁹ Vgl. [Schürmann 2005, „Vitruve et la mécanique romaine“, S. 191 ff.], (eigene Übersetzung).

¹⁰ Auf diese Fehler wird nicht genauer eingegangen, jedoch wird Fleury in Abschnitt 2.1.2.3 noch kurz auf einen Fehler angesprochen.

1.2. Die Benutzung des Flaschenzugs auf antiken Baustellen

Vitruvs Zug-Hebemaschinen waren, wie er selbst schreibt, unabdingbar für den Bau von Tempeln und anderen öffentlichen Gebäuden, da aufgrund der Größe und des dementsprechend großen Gewichts der für die Bauten notwendigen Steine Maschinen, die die menschliche Kraft vervielfachten, nötig waren.¹¹ Aus „De architectura“ geht der Aufbau der Zug-Hebemaschine hervor, außerdem werden darin Anweisungen für die praktische Benutzung gegeben:¹²

1. Es wird mit dem „Trispastos“ begonnen. Diese anfänglich verwendete Flaschenzugvariante ist die schwächste aller Varianten.
2. Die erste genannte Erweiterung ist die zum „Pentaspaston“. Sie verspricht schon höhere Lasten heben zu können.
3. Die letzte machbare Erweiterung, die Vitruv beschreibt, ist, den Haspel¹³ durch eine Welle zu ersetzen, an der eine Seiltrommel¹⁴ angebracht ist. Mit dieser Erweiterung geht ein Austausch der Kloben¹⁵ einher, die jetzt aus einer Doppelreihe von Rollen bestehen.¹⁶

Unzweifelhaft wusste Vitruv, dass die Kraftumsetzung von der Anzahl der Rollen und dem vom Arbeiter betätigten Element abhing. Die Frage, ob er die Bedeutung dieser Variablen mathematisch beschreiben konnte, ist nicht zuletzt Gegenstand dieser Arbeit.

¹¹ So von [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“] unterstrichen. In Vitruv 10.2.1. zu finden.

¹² Vgl. [Fensterbusch 2013, Zehntes Buch, Kapitel II. *Die Zug-Hebemaschine*, S. 463 ff.].

¹³ Dies ist eine Achse, an der sich das Seil aufrollt und an der Arbeiter drehen.

¹⁴ Näheres zu dieser Erweiterung in Abschnitt 2.1.1. Diese nannten einige „Rad“, die Griechen „Amphieres“ und manche „Perthecius“, vgl. dazu [Fensterbusch 2013, Zehntes Buch, Kapitel II. *Die Zug-Hebemaschine*, S. 467].

¹⁵ Holzelemente, in denen die Rollen befestigt sind. Näheres zu diesem Bauteil in Abschnitt 2.1.1.

¹⁶ Vor diesem Schritt müssen zunächst Erweiterungen getroffen werden, die die Materialstärke betreffen. Diese erbringen jedoch keine Erhöhung des maximal anhebbaren Gewichts, sie schützen nur vor einer Beschädigung der Maschine.

2. Die Vitruv'sche Zug-Hebemaschine

Der Flaschenzug ist in „de architectura“ von Vitruv sehr genau beschrieben.¹⁷ Ziel dieses Kapitels ist es, die Zug-Hebemaschine mathematisch durchdrungen darzustellen und dies durch die Verwendung moderner Mathematik zu erreichen.

2.1. Genaue Beschaffenheit

Um Berechnungen aus heutiger Sicht am Flaschenzug vornehmen zu können, muss Vitruvs Zug-Hebemaschine genau erfasst werden. Ihre Darstellung in „de architectura“ wird im Folgenden anhand von Bildmaterial aus [Schürmann 1991] veranschaulicht und bestätigt.

2.1.1. Vergleich von Vitruvs Beschreibung in „De architectura“ mit [Schürmann 1991]

Der Flaschenzug besteht aus zwei die Rollen befestigenden Elementen, den „Kloben“ oder „Rechamus“. Im oberen Kloben, der sich fest an einem hoch gelegenen Punkt an den Stützbalken befindet, finden sich am „Trispastos“ zwei Rollen und am „Pentaspaston“ drei Rollen. Der untere Kloben besteht beim „Trispastos“ aus einer losen, beim „Pentaspaston“ aus zwei losen Rollen, die für den kraftre-

¹⁷ Er unterscheidet sich von anderen Varianten, wie denen von Heron. Diese werden, so beschreibt es [Schürmann 1991], über die Anzahl an Stützfeilern kategorisiert, unterscheiden sich aber auch im Aufbau.

duzierenden Effekt verantwortlich sind und an deren Glied auch die zu hebende Last durch eiserne Greifer befestigt wird. Der zweite kraftaufwandreduzierende Teil der Zug-Hebemaschine befindet sich zwischen den zwei leicht geneigt stehenden Balken, die mit Halteseilen im Boden befestigt werden. Zwischen diese wird ein Haspel angebracht, an dem sich das Seil aufwickelt. Durch ein Ende werden zwei Hebelarme gesteckt, die das Ziehen erleichtern. Gemäß Vitruv wird die Seiltrommel direkt am oder hinter dem Haspel angebracht.¹⁸ Aus dieser von Vitruv gelieferten detaillierten Beschreibung¹⁹ und durch die Bestätigung der vermuteten Beschaffenheit aufgrund der Beschreibungen aus [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“] und Abbildungen A.1 und A.2 ist die Grundlage zur mathematischen Durchdringung des Flaschenzuges gegeben.

2.1.2. Mathematik der Zug-Hebemaschine heute

Bei der Berechnung müssen verschiedene Faktoren mit einbezogen werden, die unabdingbar für realistische Ergebnisse sind. Diese sind: Reißfestigkeit der Seile, maximale Gewichte von Lasten in der Antike, Kraft eines ziehenden Menschen.

2.1.2.1. Hanfseile

Hanfseilen ist eine Zerreißgrenze gesetzt, zu der es jedoch bei Hanfseilen deutlich weniger Spannung braucht als bei heutigen Drahtseilen. [Gaitzsch 1986] schließt auf eine ganz eindeutig auf den Lastentransport abgestimmte Produktion von Hanfseilen.²⁰ Eine Beschaffenheit, die verspricht, schwere Lasten tragen zu

¹⁸ Vgl. [Fensterbusch 2013, Zehntes Buch, Kapitel II. *Die Zug-Hebemaschine*, S.467/S.469.]. Außerdem werden andere Arten von Kloben verwendet: Diese weisen eine doppelte Anzahl von Rollen auf, die parallel laufen und durch die ein zweites Seil läuft. Das Gewicht wird dementsprechend auf Seile aufgeteilt, was keine positiven Effekte in der Umsetzung bringt. Die Arbeiter müssen also so viel Kraft aufwenden, als wäre nur ein Seil angebracht. Zum Zeitpunkt, wann die Seiltrommel angebracht wird, s. Abschnitt 1.2.

¹⁹ Vgl. a.a.O. S. 463 f.

²⁰ S. [Gaitzsch 1986, S. 24]. Die *funes subductarios*, schwere Seile für den Lastentransport, werden bei Cato (agr. 135, 3), so [Gaitzsch 1986], besonders hervorgehoben. Daraus zieht er diesen Schluss.

können, geht damit einher.²¹ „Die Materialien [aus welchen die Seilerwaren hergestellt wurden] – sie sind mit denen bis in die Gegenwart gebräuchlichen nahezu identisch – lassen sich nach vegetabilischer oder animalischer Herkunft unterscheiden.“²² Der Hanf *Cannabis sativa* wird wegen seiner Festigkeit und Faserlänge (60 bis 70 cm bei Verarbeitung) für schwere Lastentransportseile bevorzugt.²³ Da Hanfseile in der Antike zum Lastentransport verwendet wurden, drängt es sich auf, sie in Verbindung mit modernen Flaschenzügen für Vergleichszwecke heranzuziehen.

2.1.2.2. Körperkraft des Menschen

Es werden Werte aus [baua 2008, S. 7] als Orientierungswerte herangezogen.²⁴ Daraus wird ein ungefährender Mittelwert genommen, der etwas höher liegt als die Kraft, die 95% der Bevölkerung aufbringen können. Außerdem muss ein Ausgleich zwischen ziehender und schiebender Tätigkeit gemacht werden, da bei Betätigung des am Haspel befestigten Hebels beide Tätigkeiten vereint sind. Der Wert von 200N erweist sich für das Rechnen als vorteilhaft und findet sich auch in den Annahmen bei Philippe Fleury wieder, der die Einheit Newton in *aufbringen von bestimmten Kilogramm Kraft*²⁵ überträgt. Seine Recheneinheit wird ebenfalls für folgende Rechnung verwendet, wobei der Wert von 200N mit 20kg gleichgesetzt werden kann.

²¹ Ebd. wird das Baugewerbe als einer von mehreren Hauptabnehmern (neben Landwirtschaft, Transportwesen, Schifffahrt, Fischerei und Militär) der Seilereien dargestellt.

²² S. [Gaitzsch 1986, Rohstoffe, *Planzenfasern – Spartgras – Flachs*, S. 25].

²³ Vgl. [Gaitzsch 1986, Rohstoffe, *Binsen – Hanf – Werg*, S. 26]. So wird es von *Plinius* (nat. 19, 173f.) beschrieben.

²⁴ S. [baua 2008, S. 7]. Dort werden die hier vorliegenden Daten aus dem Referenzwerk *DIN 33411-5: Körperkräfte des Menschen – Maximale statische Aktionskräfte* entnommen und anschaulich dargestellt. Danach beläuft sich die Körperkraft eines heutigen mit maximaler Kraft ziehenden Menschen bei 95% aller Männer auf ca. 190N bei 50% auf circa 275N und bei 5% auf ca. 400N. Bei Frauen liegen diese Werte bei 110N, 180N und 260N. Die Körperkraft eines mit maximaler Kraft schiebenden Menschen beläuft sich bei 95% aller Männer auf ca. 310N bei 50% auf ca. 510N und bei 5% auf ca. 770N. Bei Frauen liegen die korrespondierenden Werte bei 140N, 250N und 400N.

²⁵ Vgl. [Schürmann 2005, *Philippe Fleury. Vitruve et la mécanique romaine*, S. 192, 1. Abschnitt], (eigene Übersetzung).

2.1.2.3. Zusammenfassende Rechnung

Mit der Festlegung einer durchschnittlichen Körperkraft des Menschen und dem Nachweis, dass Hanfseile verwendet wurden, sowie den Formeln für die Art von Flaschenzug, wie sie Vitruv beschreibt, kann nun die Berechnung erfolgen, welche maximal hebbare Lasten ergibt. Dazu muss eine Aufteilung der Wirksamkeit des Flaschenzuges in zwei Komponenten vorgenommen werden: Rollenapparat und Hebel/Seiltrommel. Die zwei gleichzeitig wirkenden Kräfte werden am Schluss addiert.²⁶

1. Teil der Zug-Hebemaschine: der Rollenapparat

Wirkungsgrade:

$$\eta = \frac{1}{n * \varepsilon^n} * \frac{\varepsilon^n - 1}{\varepsilon - 1}$$

Wirkungsgrad von Hanfseilen:

$$\eta = \frac{1}{n * 1,1^n} * \frac{1,1^n - 1}{1,1 - 1}$$

η : Wirkungsgrad

n : Anzahl der Rollen des Flaschenzuges

ε : Verlustfaktor

Es wird wie auf S. 213 bei [Bethmann 1930] ε als Variable dargestellt, die für Hanfseile den Wert 1,1 hat. Aufgrund der Besonderheit der Flaschenzugart Vitruvs, die lose und feste Rollen vereint, muss der Wirkungsgrad mit obenstehender Formel für „Trispastos“ sowie „Pentaspaston“ errechnet werden.²⁷

„Trispastos“:

$$P = \frac{Q}{\eta * n}$$

$$n = 3, \quad \text{also} \quad \eta = \frac{1}{3 * 1,1^3} * \frac{1,1^3 - 1}{1,1 - 1} = 0,829$$

²⁶ Dabei darf nicht vergessen werden, dass mit anderen Maßeinheiten umgegangen wurde, die jedoch für die Rechnung essenziellen Verhältnisse (beim Hebel und genauso den Rollen des Flaschenzuges) sich nicht ändern.

²⁷ Vgl. [Bethmann 1930, S. 213 – 216].

$$P = \frac{Q}{0,829 * 3} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{Q}{2,487}$$

„Pentaspaston“:

$$n = 5, \quad \text{also} \quad \eta = \frac{1}{5 * 1,1^5} * \frac{1,1^5 - 1}{1,1 - 1} = 0,758$$

$$P = \frac{Q}{0,758 * 5} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{Q}{3,79}$$

P : ziehende Kraft

Q : Kraft der Last

2. Teil der Zug-Hebemaschine: am Haspel angebrachter Hebel

Die im Folgenden errechneten Werte, um die sich eine Last beim Heben gefühlt erleichtert, sind unabhängig von der Anzahl der Rollen der Maschine. Deshalb findet keine Unterscheidung zwischen „Trispastos“ und „Pentaspaston“ statt.

$$P * a = Q * b$$

a : Radius des Hebelkreises

b : Radius der Haspel

a) Haspel mit Hebel

Das Verhältnis von „Radius des Hebelkreises“ und „Radius der Haspel“ ist in den meisten Fällen²⁸ $a = 15 * b$.

$$\implies P = Q * \frac{b}{a} \quad \longrightarrow \quad P = Q * \frac{b}{15 * b} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{Q}{15}$$

$$\text{mit } \eta : \quad P = \frac{Q}{15 * \eta} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{Q}{15 * 0,875} = \frac{Q}{13,125}$$

Unter Maßgabe eines Widerstandsverlustes von 12,5%, wie es sich in der Literatur verschiedentlich findet,²⁹ berechnet sich ein Wirkungsgrad von $\eta = 0,875$.

²⁸ Sh. [Schürmann 2005, „Vitruve et la mécanique romaine“, S. 191 ff.], (eigene Übersetzung) und [Schürmann 1991, Kapitel 3.4].

²⁹ Vgl. [Wilda 1908], [Scholtze 1882], [Tafel 1928] und [Bethmann 1930].

b) Seiltrommel

Der Unterschied zu einem Haspel mit angebrachtem Hebel ist ein günstigeres, also größeres Verhältnis³⁰ zwischen a und b . Dies liegt ungefähr bei $a = 20b$.

$$P = \frac{Q}{20 * \eta} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{Q}{20 * 0,875} = \frac{Q}{17,5}$$

Maximal anhebbare Lasten:

$$P = n_{Pers} * K * \frac{a}{b}$$

n_{pers} : Anzahl der Personen, die den Flaschenzug betätigen

K : von Personen erzielte Kraft in kg

Die verwendeten Formeln befinden sich bei [Bethmann 1930, S. 214 f.]. Dort sind auch, abgeändert, aber dennoch mit gleicher Rollenkonstellation Vitruvs Flaschenzüge angeführt.³¹ Da am „Trispastos“ wahrscheinlich vier Personen angreifen konnten,³² wird für $K = 4$ eingesetzt. An der Seiltrommel können mehr Menschen angreifen, weshalb sich $K = 8$ als realistischer Wert anbietet.³³ Das Verhältnis von a/b muss einmal als $a = 15*b$ und im nächsten Schritt als $a = 20*b$ eingesetzt werden. Ergebnis werden vier Gewichte sein, die Maximalangaben der vier verschiedenen Flaschenzugkonstellationen sind.

„Trispastos“: ($P = Q/2,487$)

a) Haspel mit Hebel

$$P = 4 * 20 \text{ kg} * 15 = 1200 \text{ kg} \quad (\text{Kraft von vier Menschen am Hebel})$$

$$\implies Q = 1200 \text{ kg} * 2,487 = 2984,4 \text{ kg} \quad (\text{maximale Last})$$

³⁰ Vgl. dazu Abbildung A.1, woraus man ein ungefähres Verhältnis des Radius der Seiltrommel zu dem der Welle herstellen kann. Mit Sicherheit muss das Verhältnis aber größer sein, als das des Hebels.

³¹ S. Abbildung A.6.

³² „Diese Haspel haben ganz nahe an den Enden je 2 Durchbohrungen so angebracht, daß Hebelstangen durch sie hindurchgesteckt werden können.“ S. [Fensterbusch 2013, Zehntes Buch, Kapitel II. *Die Zug-Hebemaschine*, S. 465].

³³ So wurde es schon in Abschnitt 1.1 bei [Schürmann 1991] dargestellt.

b) Seiltrommel

$$P = 8 * 20 \text{ kg} * 20 = 3200 \text{ kg} \quad (\text{Kraft von acht Menschen mit Seiltrommel})$$

$$\implies Q = 3200 \text{ kg} * 2,487 = 7958,4 \text{ kg} \quad (\text{maximale Last})$$

„Pentaspaston“: ($P = Q/3,79$)

a) Haspel mit Hebel

$$\implies Q = 1200 \text{ kg} * 3,79 = 4548 \text{ kg} \quad (\text{maximale Last am Hebel})$$

b) Seiltrommel

$$\implies Q = 3200 \text{ kg} * 3,79 = 12\,128 \text{ kg} \quad (\text{maximale Last mit Seiltrommel})$$

Es wurde nun eine Obergrenze an hebbarem Gewicht bestimmt. Im Gegensatz dazu schreibt Philippe Fleury aber, dass das von ihm errechnete maximale Gewicht quasi unendlich erhöht werden könnte.³⁴ Diese Annahme ist falsch.

Die Reißfestigkeit der Seile gestaltete sich wahrscheinlich nicht als Problem. Allgemein gilt: Die durch das Gewicht hervorgerufenen Spannungen auf das Seil verteilen sich auf die einzelnen Seilstücke. Vitruv beschreibt, dass bei schwereren Lasten die Kloben um eine zweite, parallele Reihe von Rollen erweitert werden. Dadurch passiert Folgendes: Durch Verdoppelung der Anzahl der Seilstücke halbiert sich die auf das einzelne Stück wirkende Last.³⁵ Diese Erweiterung erscheint nach Vitruvs Beschreibung so, als könne man sie ohne Weiteres wiederholt durchführen, womit die absolute Grenze der Haltbarkeit immens nach oben geschoben wird.

³⁴ S. [Schürmann 2005, „Vitruve et la mécanique romaine“, S. 192] „En augmenter le nombres de cordes de traction et en utilisant un palan à cinq poulies comme le suggère Vitruve, cette puissance peut-être sensiblement accrue“ (eigene Übersetzung). Dort betrachtet er außerdem die Anzahl der Seile als ein die Kraft der Arbeiter erhöhender Faktor, was falsch ist.

³⁵ S. [Bethmann 1930, S.216].

2.2. Fazit

Der Vitruv'schen Zug-Hebemaschine ist nicht durch die potenzielle Reißbarkeit der Hanfseile eine Grenze gesetzt, sondern durch die Begrenztheit der menschlichen Kraft und den endlichen Möglichkeiten, den Flaschenzug zu erweitern. Die Größenordnung des Gewichts der Steine, die zum Bau von öffentlichen Gebäuden benutzt wurden, ist, pauschal gesagt, prinzipiell nach oben offen. Der Stein des Trilithons vom Jupitertempel von Baalbek beispielsweise wog 800t.³⁶

Es bestehen Zweifel, ob mit dem Vitruv'schen Flaschenzug alle Bauten der Antike zu realisieren waren. Die Rechnung zeigt, dass es Bauteile gab, die seine Möglichkeiten klar überstiegen. Die Folgen bei einer Überlastung hätten Zusammenbruch des Flaschenzuges und womöglich Schädigung der Last beim Aufprall auf den Boden sein können.³⁷ Beides verbunden mit fatalen Folgen für die Arbeiter. Im Folgenden wird erörtert, ob die damaligen Baumeister wussten oder hätten wissen können, wie man diese mathematischen Werte errechnet, oder gar Geräte zur Bestimmung benutzten.

³⁶ S. [Russell 2013, Kapitel IV. Stone Transport, Overland Transport, S. 98 ff.]. Über Transporte dieser Größenordnung existieren Berichte. Es lassen sich zahlreiche Beispiele von für Vitruvs Zug-Hebemaschine zu schweren Bauteilen finden: So ist die Marmorbasis der Naxier-Apollonfigur 36 Tonnen schwer [Gruben 2007, S. 218] und die zehn Meter hohe Apollonstatue selbst 40 Tonnen schwer [Gruben 2007, S. 243].

³⁷ Es wurden in dieser Hinsicht auch sehr gebrechliche Teile, wie Säulen, gehoben.

3. Antike Theorien über das Prinzip des Flaschenzuges

Im Folgenden wird erörtert, welche Theorien zur Erklärung der Wirkungsweise des Flaschenzuges vor Vitruv existierten und damit hätten bekannt sein sollen. Es wird auch diskutiert, ob die Theorien hilfreich in der Beantwortung der Themenfrage sind.

3.1. Das Prinzip der ungleichen konzentrischen Kreise

Dieses Prinzip findet sich nur in der peripatetischen³⁸ Schrift „Quaestiones mechanicae“³⁹ und in dem von Philon von Byzanz erstellten Sammelwerk. Obwohl es durch andere Theorien, welche die grundsätzliche Wirkungsweise mechanischer Maschinen erklären, vor allem aber dem Hebel abgelöst wird⁴⁰, galt dieses Prinzip trotzdem weiterhin als gültiger *Satz der Mechanik*.

Die ungleichen konzentrischen Kreise sind vereinfacht gesagt Kreise mit gleichem

³⁸ Peripatos war die Schule des Aristoteles.

³⁹ In [Krafft 1970, Kapitel A. a), S. 13 ff.] beschäftigt sich der Autor mit der Frage der Verfasserschaft der Schrift „Mechanische Probleme“ genauer und nimmt ausführlich Bezug auf andere Autoren, die die Schrift als „un-aristotelisch“ eingestuft haben. Es wird der Standpunkt Fritz Kraffts in dieser Ausarbeitung vertreten. Dieser ist, dass das Werk ein aristotelisches ist, denn die Hauptthese der Gegenseite, dass die Schrift nicht von Aristoteles sein könne aufgrund der nicht beschriebenen praktischen Anwendung und des daraus entstehenden un-aristotelischen Charakters [S.15], kann für den Forschungszweck übergangen werden. Im Fokus ist eine vor Vitruv existierende mathematisch-mechanische Erklärweise des mit dem Flaschenzug genutzten kraftreduzierenden Effekts.

⁴⁰ Vgl. [Krafft 1970, *Einführung und systematische Zusammenfassung*, S. 1].

Mittelpunkt aber unterschiedlich großem Radius. Es wird beschrieben, dass ein dem Zentrum näher liegender Punkt auf einer Scheibe sich langsamer bewegt als ein Punkt, der weiter weg ist,⁴¹ und so ein Zusammenhang von Kreis, Waage und Hebel hergestellt. In diesem Denkmodell fehlt ein Bezug zum tatsächlichen Wirkungsprinzip, das um das Produkt *Kraft * Weg* kreist, komplett und auch die Übertragung auf den Flaschenzug⁴² wird nicht durch handfeste mathematische Werte bewiesen. Es steht zwar fest, dass sich der Autor zu Zeiten des Verfassens der Schrift über die Funktionsweise und Wirkung des Hebels im Klaren war, er führt ihn auch als Lösung nahezu aller mechanischer Probleme an. Das wahrscheinlich größte Problem dieses Prinzips liegt darin, dass ohne mathematische Werte formuliert werden musste. Die Absolutheit der These, dass größere Radien mit größerer Kraftwirkung verbunden seien als kleinere, steht unhinterfragt im Vordergrund und macht sie in dieser Oberflächlichkeit für unsere Zwecke unbrauchbar. Das bedeutet: Auch wenn man dieses Prinzip beherrschte, konnte es bei der Anwendung der Zug-Hebemaschine nicht helfen.

3.2. Herons Hebeltheorie als Wiederaufgriff von Archimedes' Theorie

Die theoretische Klärung der Grundlagen von Maschinen ist nach [Meißner 1999] bei Heron ausführlicher behandelt als bei seinen Vorgängern.⁴³ Dies deutet darauf hin, dass man bei Heron auf der Suche nach Theorien, die die Prinzipien mechanischer Geräte erklären, eher fündig wird. Nach Meißner ist Herons „Mechanik“ nicht nur eine „wissenschaftliche Erklärung existierender technischer Praktiken, sondern sie formuliert Anweisungen für diese Praxis [...], die erwarten dürfen

⁴¹ S. [Krafft 1970, Kapitel A.b), S. 23/S. 30]. Dies wird damit begründet, dass der näher dem Zentrum liegende Punkt eine größere „naturwidrige Kraft“ erfährt.

⁴² Danach finden sich die verschiedenen Streckenunterschiede in den Seillängen und deren Bezug zum Höhenanstieg wieder.

⁴³ S. [Meißner 1999, Kapitel 1.1. *Technik und Bedürfnisse*, S. 45]. Er legt dar, dass sich Heron im Gegensatz zu Philon und Aristoteles auf die statische Betrachtungsweise beruft, wie bei [Krafft 1970] und [Schürmann 1991], die auf S. 1 genannt werden.

soll, sich von natürlichen Beschränkungen befreien zu können“⁴⁴. Heron stellt demnach von der mathematischen Erklärung verschiedener Geräte ausgehende Anweisungen auf. Dies macht ihn für diese Arbeit interessant.

Heron von Alexandria beschrieb den Hebel erstmals auf andere Art und Weise. [Schürmann 1991] erwähnt, dass eine Erklärung mit den ungleichen konzentrischen Kreisen nur dann eine sinnvolle Verwendung finden kann, wenn nicht mit Gewichten gerechnet wird.⁴⁵ „Hérons Beispiel geht dagegen von völlig anderen Voraussetzungen aus, vor allem von realen Massen.“⁴⁶

[Simon 1909] behauptet, dass unzweifelhaft Archimedes das Hebelgesetz bewiesen hat.⁴⁷ Nun muss mehr interessieren, ob seine Theorie Formelcharakter hatte und damit eine gewisse Nützlichkeit für baumechanisch/-technische Zwecke. Auskunft darüber gibt die genaue Analyse von Archimedes' statischem Prinzip unter Berücksichtigung von Herons „Mechanik“ und deren Unterschied zu Aristoteles' dynamischer Herangehensweise durch [Schürmann 1991].⁴⁸ Die Erklärweise Herons erfüllt zwar, was den Flaschenzug angeht, die Zwecke für eine praktische Anwendung, andererseits stellt sich jedoch das Problem, dass er höchstwahrscheinlich im 1. Jh. n. Chr. wirkte. Trotzdem konnte aus seinem Werk diesbezüglich großer Nutzen gezogen werden, „da Heron an mehreren Stellen der >Mechanik<, an denen eine Begründung oder ein mathematischer Beweis mechanischer Grundphänomene angeführt wird, verschiedene Schriften des Archimedes zitiert“⁴⁹. In Herons Überlieferung findet sich auch Archimedes' Kritik an Aristoteles' und Philons Herangehensweise über die ungleichen konzentrischen Kreise. Wichtige Erkenntnis bei Archimedes war, dass eine solche dynamische Methode scheitern musste, da bei ihr die mathematische Beweisbarkeit ausblieb.⁵⁰ Er erklärte sich die Wirkweise eines Flaschenzugs mit dem statischen Prinzip des

⁴⁴ Als Beweis wird bei [Meißner 1999, Kapitel 1.1. *Technik und Bedürfnisse*, S. 45] Herons „Metrica“ angeführt, wo sich Rechenanweisungen in praktischer Absicht sowie wissenschaftliche Beweise der Korrektheit der Verfahren finden.

⁴⁵ Ebd.

⁴⁶ Ebd.

⁴⁷ S. [Simon 1909, Archimedes' Werk, S. 263]. Darüber sind sich Forscher relativ einig, s. dazu auch [Schürmann 2005, Burkhard Meißner, *Die mechanische Wissenschaft und ihre Anwendung in der Antike*, S. 133].

⁴⁸ Vgl. [Schürmann 1991, 4. Die „Mechanica“ des Archimedes: das statische Prinzip, S. 52 ff.].

⁴⁹ S. a.a.O., S. 54.

⁵⁰ Vgl. a.a.O., S.56 f.

3.3 Gibt „De architectura“ Aufschluss darüber, ob Vitruv Archimedes' Theorie kannte?

Hebels.⁵¹ „Er teilte das Gewicht auf die einzelnen Seilabschnitte auf und kam so durch deduktive Ableitung auf statischer Grundlage auf die zur richtigen Berechnung jeder Rollenkombination führende Formel.“⁵²

Die Erkenntnis, dass Archimedes' Theorie der von Heron zugrunde liegt,⁵³ macht eine Verknüpfung von Herons Theorie mit der Zeit vor Vitruv möglich.⁵⁴ Daraus lässt sich folgern: Eine Theorie, die den Flaschenzug mathematisch beschreibt und Formelcharakter aufweist, existierte mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit schon vor Vitruv.

Mit anderen Worten: Schon vor der Zeit Vitruvs war die Berechnung von Werten in Zusammenhang mit dem Flaschenzug möglich.

3.3. Gibt „De architectura“ Aufschluss darüber, ob Vitruv Archimedes' Theorie kannte?

„De architectura“ als Vitruvs bekanntestes Werk sagt viel über seinen Schöpfer aus. Da die Hebeltheorie von Archimedes schon ungefähr 2 Jahrhunderte vor der Abfassung von „de architectura“ existierte, hätte Vitruv⁵⁵ davon Kenntnis haben können. „Entscheidend ist, auf welche Quellen sich ein Fachschriftsteller stützt: Seine Auswahl ist ein klares Indiz für sein eigenes Wissenschaftsverständnis.“⁵⁶ Diese These legt eine Methode offen, die uns Aufschluss darüber geben kann, ob Vitruv Archimedes' Theorie kannte: Nach dem *Index Nominum* von „De architectura“ wird Archimedes an vier Stellen im Buch aufgeführt, aber

⁵¹ S. [Schürmann 1991, 4. Die „Mechanica“ des Archimedes: das statische Prinzip, S. 56 ff.]. Archimedes geht von dem Zustand des Gleichgewichts als mathematisch beschreibbar aus, denn die Faktoren Geschwindigkeit und Bewegung werden völlig eliminiert.

⁵² Ebd., S. 57. Schürmann gibt außerdem an, dass sich aus Herons „Mechanica“ ergibt, dass die Kraftersparnis sich umgekehrt proportional zur Anzahl der Seilzüge verhält.

⁵³ Diesbezüglich hat Drachmann in *Fragments from Archimedes* große Arbeit geleistet, indem er auf Grundlage von Heron eine fragmentarische Rekonstruktion Archimedes' Werk erstellte.

⁵⁴ Vitruvs Werk wird in Abschnitt 1 zeitlich eingeordnet. Archimedes' Lebensdaten finden sich in Abschnitt 1.1. Damit liegen zwischen Archimedes' Leben und Vitruvs Leben circa 200 Jahre Differenz.

⁵⁵ Dabei werden die Verbreitung der Theorie und die Zugänglichkeit der Schriften, die wahrscheinlich obligatorisch zum Verstehen und Anwenden dieser Theorie waren, außer Acht gelassen.

⁵⁶ S. [Fögen 2009, S. 292].

3.3 Gibt „De architectura“ Aufschluss darüber, ob Vitruv Archimedes' Theorie kannte?

weil diese nicht den geringsten Bezug zum Hebel aufweisen, könnte dieser These zufolge darauf geschlossen werden, dass Vitruv besagte Hebeltheorie unbekannt war.⁵⁷ Vitruv forderte von Architekten, dass „die Disziplin überschaut, als ganze beherrscht, dargestellt und gelehrt werden könne“⁵⁸. Die Nichterwähnung von Archimedes' Erkenntnissen könnte einerseits bedeuten, dass sie Vitruv unbekannt waren oder von ihm als unbedeutend eingeschätzt wurden. Aus dem Vorhaben Vitruvs andererseits, die Architektur besonders nachhaltig dem allgemeinen Bildungsbewusstsein zu öffnen, könnte man mutmaßen, dass derart tiefgreifende, komplexe Theorien der Mathematik aus seiner Sicht eine zu große Barriere dargestellt hätten.

Letzten Endes gibt „De architectura“ keinen sicheren Aufschluss darüber, ob Vitruv Archimedes' Hebeltheorie nun kannte oder nicht.

⁵⁷ Vgl. [Fensterbusch 2013, *Index Nominum*, S. 579]. Eine Anmerkung bezieht sich beispielsweise auf das berühmte Ausschreien des Spruches „Ich hab' es gefunden“ auf Griechisch.

⁵⁸ S. [Meißner 1999, Kapitel 1.2., S. 71 *Technik und Bildung*].

4. „Mathematikbewusstsein“ zur Zeit Vitruvs und davor

Um feststellen zu können, ob die Voraussetzungen für die Anwendung einer komplexen mathematischen Theorie wie der des Archimedes' zu Vitruvs Zeit gegeben waren, muss das „Mathematikbewusstsein“ zur Zeit Vitruvs und davor erörtert werden.

4.1. Vitruvs aus „De architectura“ entnehmbare Mathematikkennntnisse

Der Versuch, Vitruvs Bildungsgrad zu rekonstruieren, wäre ein unmögliches Vorhaben. „De architectura“ wird von vielen Forschern als Anleitung zur Praxis für Architekten gesehen. Daraus ist jedoch keine genaue Aussage abzuleiten, an welchen Stellen Vitruv es nicht besser wusste und an welchen Stellen er eine Auswahl seines Wissen traf. Fakt ist, dass „De architectura“ nicht viel Mathematik aufweist. In Abschnitten, wo es nahelegt, die Theorie zum besseren Verständnis einzubringen, gibt Vitruv eine banale Anleitung mit vorgegebenen Maßen zum Bau von verschiedenen Geräten.⁵⁹ Nach [Fensterbusch 2013] will Vitruv Augustus⁶⁰ damit dienen, errichtete und noch zu errichtende Bauwerke beurteilen zu können und ein Nachschlage- und Lehrbuch nicht nur für Fachleute, sondern auch für Laien darzustellen, wobei man im Hinterkopf behalten sollte, dass Vi-

⁵⁹ Vgl. dazu [Fensterbusch 2013, Zehntes Buch, Kapitel II. *Die Zug-Hebemaschine*, S. 463 ff.] und [Fensterbusch 2013, Zehntes Buch, Kapitel III. *Über das Geradlinige und den Kreis als Grundfaktoren der Mechanik*, S. 475 ff.].

⁶⁰ Römischer Kaiser von 31 v. Chr. – 14 n. Chr. Vitruv stand in seinen Diensten.

truv möglicherweise den Stoff leserfreundlich komplexitätsreduziert anbietet.⁶¹ Was lässt sich aus dem Gesagten für den allgemeinen Wissenstand ableiten? Wenn Vitruv einen gehobenen Bildungsgrad besaß,⁶² dürfte seine Leserschaft, also Laien, Architekten in der Ausbildung, aber auch Fachleute, ein geringes mathematisches Verständnis aufgewiesen haben, weil Vitruv das Werk um den Teil der mathematischen Theorie des Flaschenzuges – sofern diese ihm bekannt war –⁶³ offenbar kürzen musste. Sollte „De architectura“ deshalb keine Mathematik aufweisen, weil Vitruv selbst mathematisch nicht ausreichend gebildet war, kann davon ausgegangen werden, dass der Rest des Volkes dies umso weniger war. Beide Überlegungen sprechen also dafür, dass man von einer mathematisch wenig gebildeten Bevölkerung ausgehen muss.

4.2. Ausbildung eines antiken Baumeisters

Vitruv beschreibt die für einen Baumeister notwendigen Kenntnisse als „universalistischen Bildungskanon“⁶⁴. Obwohl Kenntnisse der Geometrie und Arithmetik nach Vitruv Voraussetzung für den Beruf des Baumeisters waren, erweckt das dargestellte Bildungsbild nicht den Eindruck, dass die Aufklärung über die hinter den Maschinen steckende Theorie von großer Wichtigkeit war. Dies kann der Priorität der reinen praktischen Anwendbarkeit gezollt sein, worauf im Übrigen auch „de architectura“ schließen lässt, da es sich an vielen Stellen wie eine detaillierte Bauanleitung für Laien ließt.

[Fögen 2009] schreibt, dass antike Autoren – am Beispiel von Vitruv gezeigt – bemüht waren, sich durch eine gesuchte Nähe zu einer Machtinanz ins rechte

⁶¹ Vgl. [Meißner 1999, Kapitel 2.2.4.1. *Mechanik, Architektur und Kriegswissenschaften*, S. 180].

⁶² Immerhin stand Vitruv in den Diensten des Augustus und Caesars. Er erhielt eine gediegene Ausbildung von seinen Eltern zum Architekten und leitete den Bau von Kriegsmaschinen, siehe dazu [Fensterbusch 2013, Einleitung, *Die Person des Verfassers*, S. 2]. Vitruv kann jedoch nur ein einziges Gebäude aus seiner Feder vorweisen: Vgl. [Koch 1951, S. 7]. Dies ist die Marktbasilika in der Colonia Julia Fanestris. Koch haftet ihm deswegen eine mangelnde schöpferische Begabung an.

⁶³ S. dazu Abschnitt 3.3.

⁶⁴ S. dazu [Meißner 1999, Kapitel 1.2., S. 83 ff. *Technik und Bildung*], S. 83 ff. Meißner schreibt, dass Disziplinen, die Vitruv einer Ausbildung eines Architekten zusprach, Schriftstellerei, Zeichnen, Arithmetik und Geometrie, Geschichte, Philosophie, Musik, Medizin, Recht und Astronomie gewesen seien.

Licht rückten, um ihrer Autorität und damit ihrem Werk Ausdruck zu verleihen. Er erklärt sich diesen kompetitiven Charakter vor allem durch das „weitgehende Fehlen institutioneller Strukturen und allgemein anerkannter Qualitätsstandards bei der Ausbildung ...“⁶⁵ und spricht damit einen essenziellen Punkt an, der die Verbreitung, Verknüpfung und fehlende Zugänglichkeit von Fachwissen in der Antike thematisiert. Offensichtlich bestanden Bildungsstandards noch nicht in einer allgemeinheitstauglichen Art und Weise.

4.3. Keiltafeln als baulegistisch nutzbares Gerät

Von der Machbarkeit multiplikatorischer Rechnungen und sogar deren Verbindung mit Rechentechniken in antiker Zeit vor Vitruv kann mit großer Sicherheit ausgegangen werden. Beispiele, die dies bezeugen sind:

1. Bei den Ägyptern: Multiplikation und Bruchrechnung waren bekannt. Dies stellt [Simon 1909, Kapitel I. Ägypten, Arithmetik der Ägypter, Abschnitt 1 des Papyrus Ames, S. 32 f.] dar. Die antike ägyptische Mathematik fasst einzelne Zahlen nur als eine Multiplikation mit der Zahl Eins auf. Im *Papyrus Ames*, einem Schriftstück der antiken Mathematik, ist außerdem die Multiplikation, in Form der Einmaleins-Tabelle, beschrieben, jedoch lediglich als Vorstufe der Division. Das Papyrus fängt sofort mit der Bruchrechnung an, wie von dem bei [Simon 1909, S. 33] zitierten Hultsch dargestellt wird. Aus dem genannten Grund kann auf die Beherrschung der Multiplikation rückgeschlossen werden.
2. Bei den Babyloniern: Eine zeitsparende Methode zur Berechnung, wann eine Änderung der Kraftumsetzung an der Zug-Hebemaschine getroffen werden muss, ist nur durch eine multiplikative Methode zu erreichen.⁶⁶ Von der Tatsache ausgehend, dass die Entwicklung babylonischer Rechentechniken um 200 v. Chr. ihr Ende fand,⁶⁷ diese aber schon multiplikativ arbeitende

⁶⁵ S. [Fögen 2009, Schlußwort, S. 292].

⁶⁶ S. dazu Abschnitt 2.1.2.3.

⁶⁷ S. [Neugebauer 1934, 1. Kapitel, 1.a) Vorbemerkungen, Äußeres, S. 4].

Rechentafeln⁶⁸ aufwiesen,⁶⁹ lässt sich ein prägnanter Schluss ziehen: Die Kombination aus multiplikativer Rechnung und handlichem Gerät existierte schon vor Vitruvs Zeiten. Obwohl in „de architectura“ von Rechenmethoden und Geräten, die diese Arbeit erleichtern würden nicht die Rede ist, lässt sich auf Grundlage von babylonischen Keilschrifttafeln behaupten, dass für Vitruvs Zeiten eine solche bautechnische Praxis denkbar ist.

Mathematische Kenntnisse der Ägypter und vor allem der Babylonier gingen sogar weit über rein Multiplikatives hinaus, wie beispielsweise die Fähigkeit, zu quadrieren und irrationale Quadratwurzeln zu ziehen verdeutlicht.⁷⁰

Nicht nur aufgrund des aussagekräftigen Faktes, weder in einem Buch über die antike Mathematik, noch in „De architectura“ Anzeichen auf Kontakt von Mathematik mit Ungelehrten gefunden zu haben, ist es erlaubt, den Schluss zu ziehen, dass mathematische Überlegungen dieser komplizierten Form einem sehr kleinen Teil der Gesellschaft zugänglich waren. Aber dieses Wissen war eben nicht Allgemeingut, weil Wissen für die breiteren Massen nur in reduzierter Form weitergegeben wurde.

Die Erkenntnis, dass eine Gesellschaft nur dann Fortschritte macht, wenn Fachkenntnisse „nicht als arkane Güter gehandelt werden, die nur einem sehr begrenzten Kreis dienen“⁷¹, veranlasste antike Autoren dazu, ihr Werk einem möglichst großen Publikum zu öffnen. Der Gedanke, der Wissenschaft und ihren erschlossenen Gebieten einen allgemeinheitstauglicheren Charakter zu geben, findet sich bei vielen antiken Autoren, die ihr „schriftstellerisches Wirken als einen Dienst an der Gesellschaft“⁷² verstanden. Darunter auch Vitruv.⁷³

⁶⁸ S. dazu Abbildung A.7.

⁶⁹ Vgl. [Neugebauer 1934, I. Kapitel, 2.b) Multiplikation und Division, S. 18 f.].

⁷⁰ S. dazu [Neugebauer 1934, Babylonier: Kapitel I. 2. e) Berechnung irrationaler Quadratwurzeln, S. 33 ff.]. Zum Problem, irrationale Quadratwurzeln zu lösen, findet sich eine Keiltafel Abbildung A.8. Diese gibt ein gutes Beispiel dafür, wie auch an der Zug-Hebemaschine praktisch angewandte Keiltafeln ausgesehen hätten können.

⁷¹ S. [Fögen 2009, Schlußwort, S. 291].

⁷² Ebd., vgl. zu dieser Ansicht S. 288 – 295 des gleichen Buches.

⁷³ A.a.O., S. 288.

4.4. Entwurf von Maschinen in der Antike: Praxis vor Theorie

Eine große Frage ist: Stand die theoretische Durchdringung des Prinzips eines Geräts vor oder nach seiner Entwicklung? Die peripatetische Schrift „*Quaestiones mechanicae*“ gibt auch hier Aufschluss, da sie nicht die praktische Anwendung der Teile behandelt, sondern rein die „*theoretische* [eigene Hervorhebung] Erörterung und Begründung ihrer Wirkweise“⁷⁴ sowie die Frage, warum man sie exakt so und mit Erfolg benutzte behandelt, weshalb Fritz Krafft behauptet, dass es sich um Geräte handelt, „welche in der Praxis bereits lange angewendet wurden und deren Wirkweise auch bereits längst empirisch erfaßt war.“⁷⁵

Die Erkenntnis, dass in der Antike Mathematiker und Mechaniker bzw. Baumeister insofern getrennt voneinander arbeiteten, erlaubt eine Folgerung auf die Art und Weise, in der antike Baumeister arbeiteten. Beim Vergleich vom heutigen Entwurf von Geräten und deren Handhabung mit der antiken Vorgehensweise ergibt sich der Unterschied, dass die Benutzung heute sich grundlegend von der Theorie ableitet, wogegen in der Antike das Arbeiten mit Maschinen ein stärker von der Erfahrung durchdrungener Prozess war. Aufgrund dieser bewährten Praxis – es werden ja heute noch Bauwerke bestaunt, die man auf diese Weise damals geschaffen hat – erscheint es unwahrscheinlich, dass neu aufkommende Theorien die lange, spezielle Art der Benutzung hätten ablösen können. Leitendes Prinzip war das des Versuchs und Irrtums, wonach in der Antike es gang und gäbe war, Bauteile solcher Art ohne theoretisches Verständnis und darüber hinausreichende Ausbildung zu entwerfen. Das Prinzip des Hebels war seinerseits jedoch wahrscheinlich schon so weit durch Empirie durchdrungen, dass es den Mechanikern möglich war, Geräte auf dieser Grundlage zu entwerfen.

⁷⁴ S. [Krafft 1970, *Einführung und systematische Zusammenfassung*, S. 4].

⁷⁵ Ebd. Er nennt hierzu wiederum Archytas von Tarent, der wie schon in Abschnitt 1.1 gezeigt wurde, als Begründer der mathematischen Mechanik gesehen wird, die Einleitung der Schrift „*Quaestiones mechanicae*“ und Vitruv als Beweise, warum das Empirische der Theorie vorausging.

5. Fazit

Die Arbeit mit ihrer eng gefassten Themenfrage kann auf eine größere, allgemeinere Frage projiziert werden, die es zu lösen gilt. Dies ist die Frage danach, wie das Verhältnis und Zusammenspiel von Theorie und Praxis in der Antike war und wie es sich innerhalb der Antike verändert hat. Nachempfunden und veranschaulicht am Beispiel der Zug-Hebemaschine kommt man auf das Ergebnis, dass es durchaus eine Verbesserung und Optimierung in der mathematisch-mechanischen Durchdringung verschiedener Maschinen und Geräte gab.⁷⁶

Wahrscheinlich gestaltete sich die Arbeit antiker Mechaniker hierarchisch:⁷⁷ Ein absoluter Spezialist ließ eigens angefertigte Pläne dem Auftraggeber liefern und dieser ließ die Geräte nach diesen Plänen von Handwerkern bauen. Hier findet sich auch der immer wieder angesprochene Anleitungskarakter von „De architectura“ wieder und Vitruvs Stellung als Militärtechniker unter Augustus lässt stark vermuten, dass er der Konzeptionist von Maschinen verschiedener Art war. Obwohl sicher ist, dass es nicht zum Repertoire der Handwerker gehörte, die mathematische Durchdringung dessen, was sie bauten, zu verstehen,⁷⁸ kann auch hier nicht ausgeschlossen werden, dass die Mechaniker und Schöpfer dieser Konstruktionen über die zugrunde liegende Mathematik unterrichtet waren. Dies geht schon aus Abschnitt 4.4 hervor.

Die Kombination der Erkenntnisse, dass Vitruvs „De architectura“ anleitenden Charakter besitzt, dass Vitruvs Stellung die eines hohen Mechanikers des Militärs war und die Wahrscheinlichkeit nicht gering ist, dass in der Antike Ma-

⁷⁶ Die verschiedenen mathematischen Theorien, mit denen man sich den Flaschenzug erklärt hat, haben sich über statische Theorien, die von Aristoteles und Philon vertreten wurden, zu einer vollen Erklärweise des Hebels, wie der von Archimedes und Heron, weiterentwickelt.

⁷⁷ Vgl. [Meißner 1999, Kapitel 2.2.2.2. *Militärtechnik und Mechanik*, S. 161 f.].

⁷⁸ Dies geht aus dem rein praktischen Charakter der vorliegenden „Anleitung“, nämlich „De architectura“, hervor.

schinen entworfen wurden, die in ihren fundamentalen physikalischen Prinzipien gar nicht richtig verstanden wurden, spricht in hohem Maße gegen eine Benutzung mathematischer Formeln und Multiplikationstafeln bei Handhabung der Zug-Hebemaschine.

Dem steht gegenüber, basierend auf der nachgewiesenen Existenz der auf den Flaschenzug anwendbaren Hebeltheorie und der arithmetisch-geometrischen Ausbildung eines damaligen Architekten, dass die Anwendung der Mathematik bei der Benutzung des Flaschenzugs durchaus hätte möglich sein müssen.

5.1. Möglichkeit der Berechnung

- Archimedes konnte die Wirkweise des Hebels mathematisch auf die Zug-Hebemaschine projizieren.⁷⁹ Der Theorie und mathematischen Durchdringung der Zug-Hebemaschine zufolge wäre es möglich gewesen, Berechnungen vorzunehmen.
- Diese Theorie hätte sogar durch multiplikatorisch arbeitende Rechentafeln praktisch angewandt werden können.

Das mathematische Wissen und seine Umsetzung in ein praktisches Hilfsmittel war damals schon in die Welt gesetzt.

5.2. Warum wurde wahrscheinlich keine mathematische Hilfe verwendet?

Zunächst muss man unterscheiden zwischen einzelnen Personen, die so weitreichende Mathematik beherrschten, und der großen Breite des Volkes, dem Texte und Theorien dieser Art verschlossen blieben. Dies mag ein Grund dafür sein, dass eine mathematische Formel bzw. Rechenhilfen, die das Arbeiten mit der

⁷⁹ Die mathematische Erklärung ist sogar mit der heutigen Auffassung von Flaschenzügen identisch. Auch er begründet die Wirkungsweise mit den Verhältnissen von Hebelarm zu Last.

Zug-Hebemaschine in Verbindung mit Lasten besser kalkulierbar gemacht hätten, keine Anwendung gefunden hätte, selbst wenn sie verfügbar waren. Ob im konkreten Fall die Empirie über die Theorie gestellt wurde, weil damit einfacher und schneller zu arbeiten war oder weil der Zugang zu den theoretischen Grundlagen nicht gegeben war, ist eine Frage, die sich am Ende dieser Arbeit stellt und Anreiz zur Forschung gibt. Sicher ist, dass diese hinzukommenden Faktoren eine mögliche Barriere dargestellt haben.

Als Fazit lässt sich ziehen, dass es wohl auch in der Antike ein Spannungsverhältnis zwischen Theoretikern und Praktikern gab, wie wir es genauso in unseren Tagen kennen.

A. Abbildungsanhang

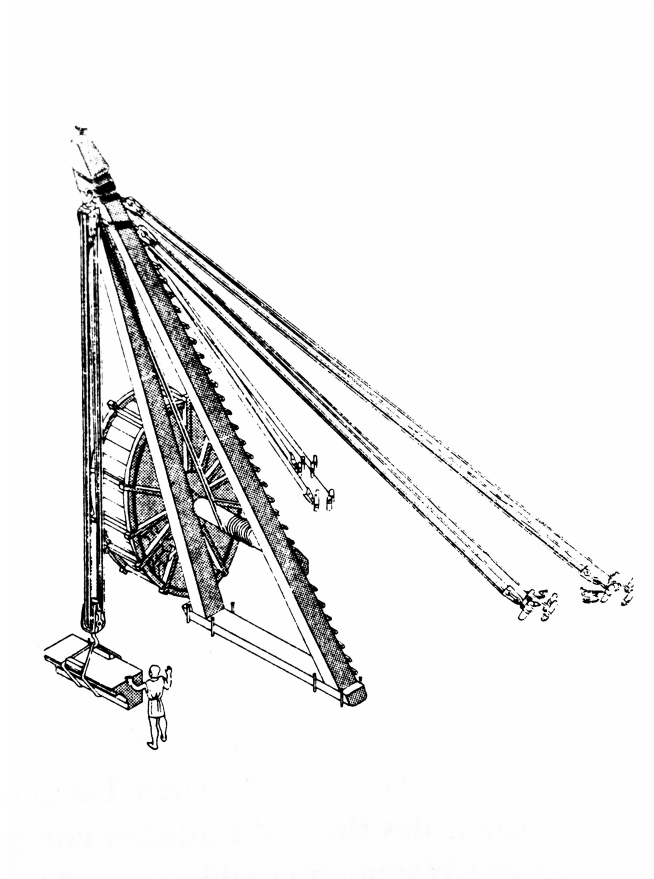


Abbildung A.1.: Schräge Draufsicht auf eine Zug-Hebemaschine, die durch eine an einer Welle angebrachte Seiltrommel erweitert wurde, wie Vitruv sie beschreibt. Ein Arbeiter beaufsichtigt das Heben. Rekonstruktion von Adam. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 153, Verweis dort: „Adam, Construction, Abb. 95, S. 48.“].

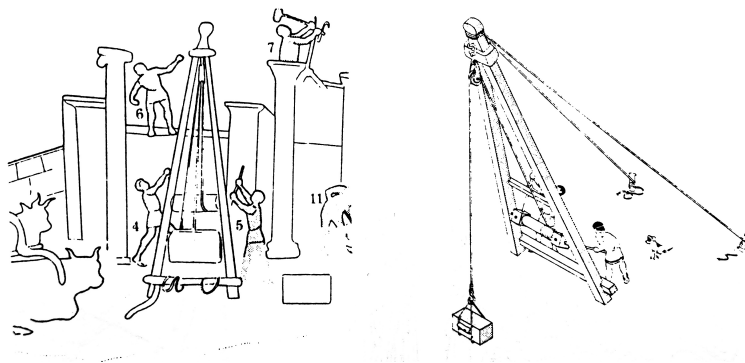


Abbildung A.2.: Schräge Draufsicht auf zwei Flaschenzüge, die durch Hebel am Haspel betätigt werden. Rekonstruktion des Kranes von Adam. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 151, Verweis dort: „S. dazu Adam Varène, Peinture romaine. Abb. 2, S. 216, und Adam, Construction, Abb. 89, S. 46.“].

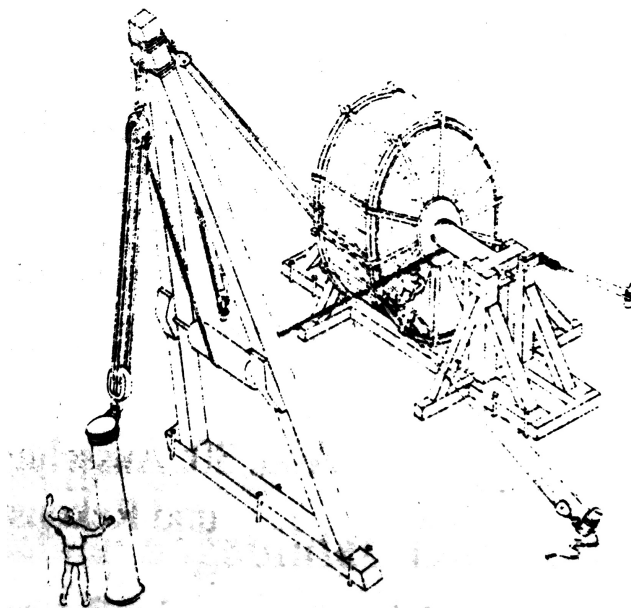


Abbildung A.3.: Schräge Draufsicht auf einen Flaschenzug, der eine externe Welle mit verbundener Seiltrommel aufweist und eine Säule hebt. Ein Arbeiter beaufsichtigt das Heben. Rekonstruktion des Kranes von Adam. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 152, Verweis dort: „Adam, Construction, Abb. 93, S. 48.“].



Abbildung A.4.: Bodenperspektive auf Arbeiter, die durch Schwerstarbeit in der Seiltrommel eine Säule heben. Ein gut gekleideter Mann beaufsichtigt das Heben der Last. Weihrelief aus Capua. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 152, Verweis dort: „Adam, Construction, Abb. 92, S. 48.“].

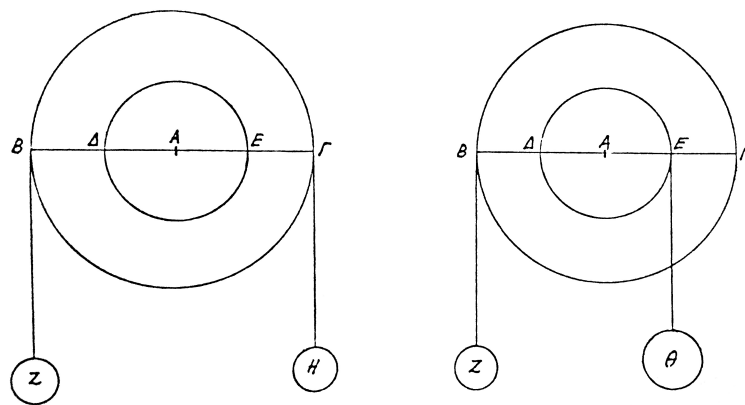
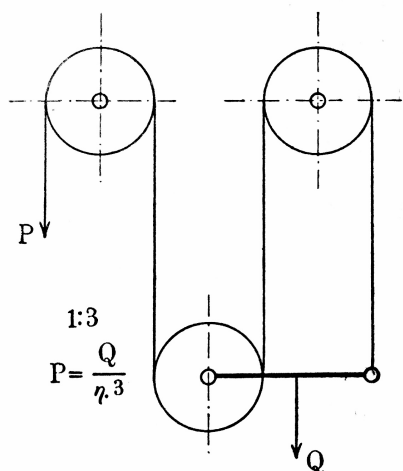
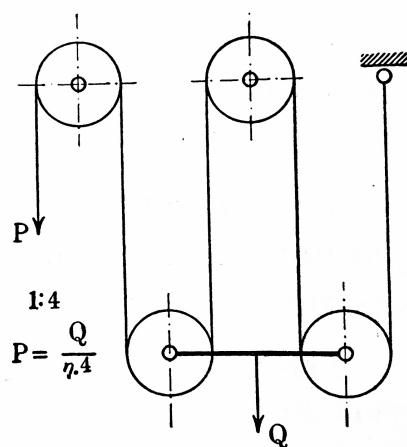


Abbildung A.5.: Je zwei ungleiche konzentrische Kreise mit gleichem Mittelpunkt A. Darstellung zur Erklärung von Archimedes' Theorie vom Hebel, des Übergewichts des kleineren konzentrischen Kreises, nach den Zeichnungen der arabischen Handschriften von Herons „Mechanik“. [Krafft 1970, Kapitel B. a) Statik in den verschiedenen Schriften des Archimedes, S. 113, Verweis dort: „Zu den Zeichnungen der arabischen Handschriften vgl. die beiden genannten Arbeiten von A. G. Drachmann (siehe Anm. 214 und 215), sowie meine in Anm. 57 genannte Untersuchung“].



Rollenzahl 3; Übersetzung 1:3.



Rollenzahl 4; Übersetzung 1:4.

Abbildung A.6.: Skizze. Zweidimensionale Darstellung einer Kombinationen aus drei Rollen (links) und vier Rollen (rechts). Die linke Anordnung ist der des „Trispastos“ gleich. Die Reihe lässt sich durch Anbringen einer fünften Rolle fortführen. So lässt sich ein „Pentaspaston“ erstellen. [Bethmann 1930, Fig. 436, S. 215].

		7 a-rá 1	7
		a-rá 2	14
		a-rá 3	21
u. s. w.		usw.	
		a-rá 19	2,13
		a-rá 20	2,20
		a-rá 30	3,30
		a-rá 40	4,40
		a-rá 50	5,50

Abbildung A.7.: Frontale Draufsicht. Schematische babylonische Multiplikations-Keiltafel. „a-rá“ kann mit der Bedeutung von „mal“ gleichgesetzt werden. [Neugebauer 1934, S. 17].

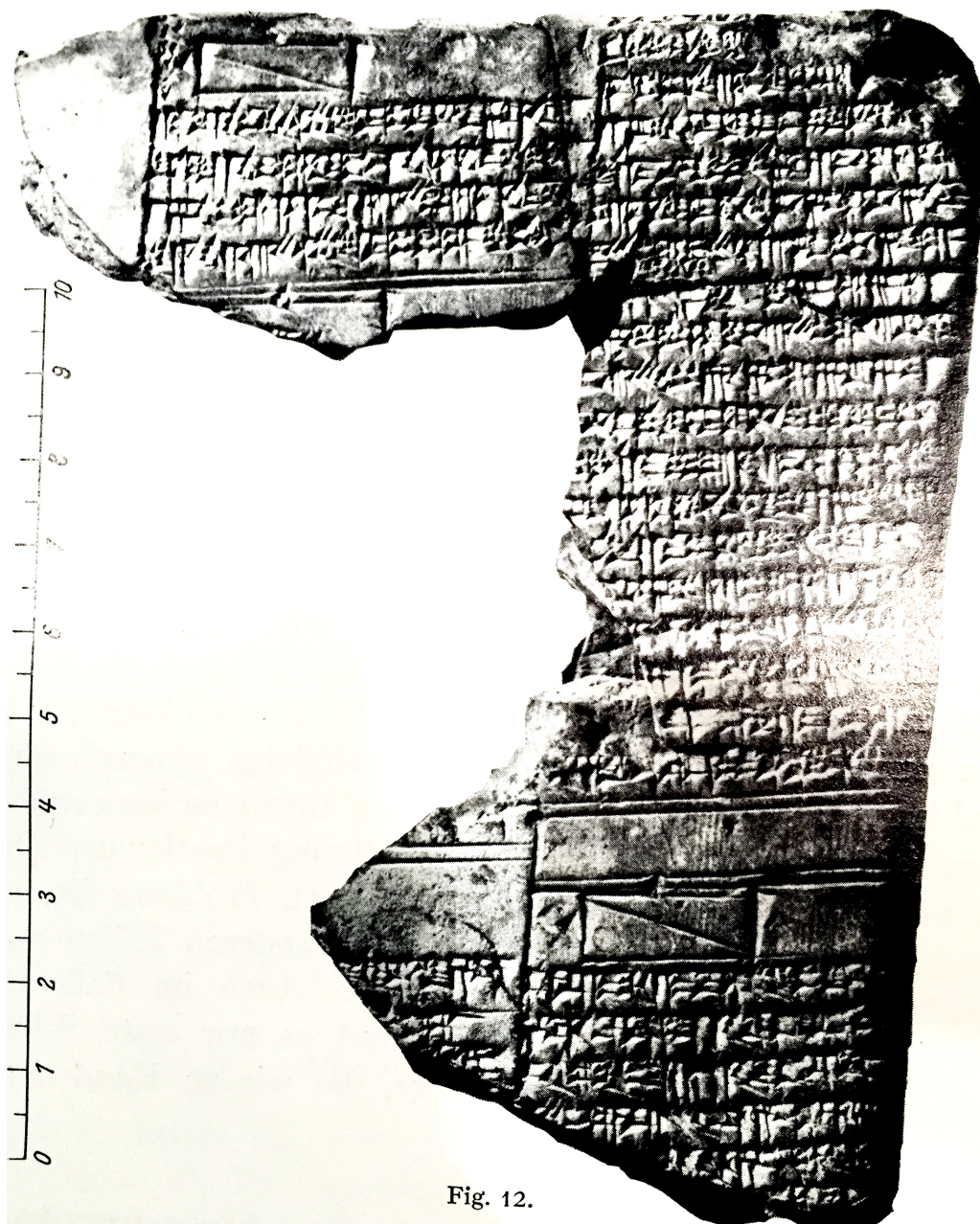


Fig. 12.

Abbildung A.8.: Frontale Draufsicht. Überreste einer babylonischen Keiltafel zum Lösen einer Quadratwurzel. [Neugebauer 1934, S. 20].

Abbildungsverzeichnis

- A.1. Schräge Draufsicht auf eine Zug-Hebemaschine, die durch eine an einer Welle angebrachte Seiltrommel erweitert wurde, wie Vitruv sie beschreibt. Ein Arbeiter beaufsichtigt das Heben. Rekonstruktion von Adam. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 153, Verweis dort: „Adam, Construction, Abb. 95, S. 48.“]. 25
- A.2. Schräge Draufsicht auf zwei Flaschenzüge, die durch Hebel am Haspel betätigt werden. Rekonstruktion des Kranes von Adam. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 151, Verweis dort: „S. dazu Adam Varène, Peinture romaine. Abb. 2, S. 216, und Adam, Construction, Abb. 89, S. 46.“]. 26
- A.3. Schräge Draufsicht auf einen Flaschenzug, der eine externe Welle mit verbundener Seiltrommel aufweist und eine Säule hebt. Ein Arbeiter beaufsichtigt das Heben. Rekonstruktion des Kranes von Adam. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 152, Verweis dort: „Adam, Construction, Abb. 93, S. 48.“]. 26
- A.4. Bodenperspektive auf Arbeiter, die durch Schwerstarbeit in der Seiltrommel eine Säule heben. Ein gut gekleideter Mann beaufsichtigt das Heben der Last. Weihrelief aus Capua. [Schürmann 1991, Kapitel 3.4, Die Krane in Vitruvs „De architectura“, S. 152, Verweis dort: „Adam, Construction, Abb. 92, S. 48.“]. 27

- A.5. Je zwei ungleiche konzentrische Kreise mit gleichem Mittelpunkt
A. Darstellung zur Erklärung von Archimedes' Theorie vom Hebel, des Übergewichts des kleineren konzentrischen Kreises, nach den Zeichnungen der arabischen Handschriften von Herons „Mechanik“. [Krafft 1970, Kapitel B. a) Statik in den verschiedenen Schriften des Archimedes, S. 113, Verweis dort: „Zu den Zeichnungen der arabischen Handschriften vgl. die beiden genannten Arbeiten von A. G. Drachmann (siehe Anm. 214 und 215), sowie meine in Anm. 57 genannte Untersuchung“]. 27
- A.6. Skizze. Zweidimensionale Darstellung einer Kombinationen aus drei Rollen (links) und vier Rollen (rechts). Die linke Anordnung ist der des „Trispastos“ gleich. Die Reihe lässt sich durch Anbringen einer fünften Rolle fortführen. So lässt sich ein „Pentaspaston“ erstellen. [Bethmann 1930, Fig. 436, S. 215]. 28
- A.7. Frontale Draufsicht. Schematische babylonische Multiplikations-Keiltafel. „a-rá“ kann mit der Bedeutung von „mal“ gleichgesetzt werden. [Neugebauer 1934, S. 17]. 28
- A.8. Frontale Draufsicht. Überreste einer babylonischen Keiltafel zum Lösen einer Quadratwurzel. [Neugebauer 1934, S. 20]. 29

Literaturverzeichnis

- [baua 2008] BUNDESANSTALT FÜR ARBEITSSCHUTZ UND ARBEITSMEDIZIN:
Ziehen und Schieben ohne Schaden, Internetlink: [http://www.baua.de/de/
Publikationen/Broschueren/A25.pdf?__blob=publicationFile](http://www.baua.de/de/Publikationen/Broschueren/A25.pdf?__blob=publicationFile).
2008 Dortmund-Dorstfeld. letztes Abrufdatum: 28.10.2014
- [Beck 1910] BECK, T.: *Philon von Byzanz*. Beiträge zur Geschichte der Technik
und Industrie, 2. Band. Julius Springer Verlag. 1910 Berlin.
- [Bethmann 1904] BETHMANN, H.: *Die Hebezeuge*. Elemente der Hebezeuge, Fla-
schenzüge, Winden und Krane. Ein Handbuch für Entwurf, Konstruktion
und Gewichtsbestimmung. Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und
Sohn. 1904 Braunschweig.
- [Bethmann 1930] BETHMANN, H.: *Die Hebezeuge*. Berechnung und Konstruk-
tion der Einzelteile, Flaschenzüge, Winden und Krane. 8. vollständig neu
bearbeitete Auflage. Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn
Akt.-Ges. 1930 Braunschweig.
- [Degering 1907] DEGERING, H.: *Wann schrieb Vitruv sein Buch über die Archi-
tektur?* Separatabdruck aus No. 43–49 der Berliner Philologischen Wochen-
schrift. 1907 Kirchhain N.-L.
- [Drachmann 1969] DRACHMANN, A.: *Heron von Alexandria*. Veröffentlichungen
des Forschungsinstituts des Deutschen Museums für die Geschichte der Na-
turwissenschaften und der Technik. Reihe B; Abhandlungen; Nr. 2. 1996
o.O.
- [Fensterbusch 2013] FENSTERBUSCH, C.: *Vitruv/ Zehn Bücher über Architek-
tur*. Lat. / dt. Übers. und mit Anm. vers. von C. Fensterbusch. 7., unveränd.
Aufl. 2013 Darmstadt.

- [Fögen 2009] FÖGEN, T.: *Wissen, Kommunikation und Selbstdarstellung. Zur Struktur und Charakteristik römischer Fachtexte der frühen Kaiserzeit*. Aus *Zetemata. Monographien zur klassischen Altertumswissenschaft*. Heft 134. C.H. Beck oHG. 2009 München.
- [Gaitzsch 1986] GAITZSCH, W.: *Antike Korb- und Seilerwaren*. Hrsg. von der Gesellschaft für Vor- und Frühgeschichte in Württemberg und Hohenzollern e. V. Herstellung: D. Kärcher GmbH, 1986.
- [Gruben 2007] GRUBEN, G.: *Klassische Bauforschung*. David Brown Book Company. 2007 o.O.
- [Heath 2010] HEATH, T.: *The Works of Archimedes*. Archimedes. Translated by Thomas Heath. 2010 Digireads.com.
- [Höffe 1996] HÖFFE, O.: *Aristoteles*. C.H. Beck oHG. 1996 München.
- [Huffman 2005] HUFFMAN, C. A.: *Archytas of Tarentum. Pythagorean, Philosopher and Mathematician King*. Cambridge University Press. 2005 New York.
- [Krafft 1970] KRAFFT, F.: *Dynamische und statische Betrachtungsweise in der antiken Mechanik*. Boethius: Texte und Abhandlungen zur Geschichte der exakten Wissenschaften, Band X. Franz Steiner Verlag GmbH. 1970 Wiesbaden.
- [Koch 1951] KOCH, H.: *Vom Nachleben des Vitruv*. Verlag für Kunst und Wissenschaft. Deutsche Beiträge zur Altertumswissenschaft. 1951 Baden-Baden.
- [Meißner 1999] MEISSNER, B.: *Die technologische Fachliteratur der Antike*. Struktur, Überlieferung und Wirkung technischen Wissens in der Antike (ca. 400 v. Chr.– ca. 500 n. Chr.). Akademie Verlag. 1999. o.O.
- [Neugebauer 1934] NEUGEBAUER, O.: *Vorlesungen über Geschichte der antiken mathematischen Wissenschaften*. Erster Band: Vorgriechische Mathematik. Verlag von Julius Springer. 1934 Berlin.
- [Russell 2013] RUSSELL, B.: *The Economics of the Roman Stone Trade*. Oxford University Press. 2013 Oxford.
- [Simon 1909] SIMON, M.: *Geschichte der Mathematik im Altertum in Verbindung mit antiker Kulturgeschichte*. Verlag von Bruno Cassirer. 1909 Berlin.

- [Scholtze 1882] SCHOLTZE, K.: *Baumaschinen*. I. Heft: Rollen, Flaschenzüge und Haspel, Göpel. 1882 Leipzig.
- [Schürmann 1991] SCHÜRMANN, A.: *Griechische Mechanik und antike Gesellschaft*. Studien zur staatlichen Förderung einer technischen Wissenschaft. Franz Steiner Verlag Wiesbaden GmbH. 1991 Stuttgart.
- [Schürmann 2005] SCHÜRMANN, A.: *Physik/Mechanik. Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften 3*. Franz Steiner Verlag GmbH. 2005 Stuttgart.
- [Tafel 1928] TAFEL, G.: *Die Hebezeuge /1: Entwurf von Winden und Kranen*. Walter de Gruyter & Co. Sammlung Göschen. 1928 o.O.
- [Wilda 1908] WILDA, H.: *Die Hebezeuge: Ihre Konstruktion und Berechnung*. G.j. Göschen'sche Verlagshandlung. 1908 Leipzig.

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich diese Seminararbeit selbständig verfasst, noch nicht anderweitig für andere Prüfungszwecke vorgelegt, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate als solche gekennzeichnet habe.

München, den 3. November 2014