Gliederung

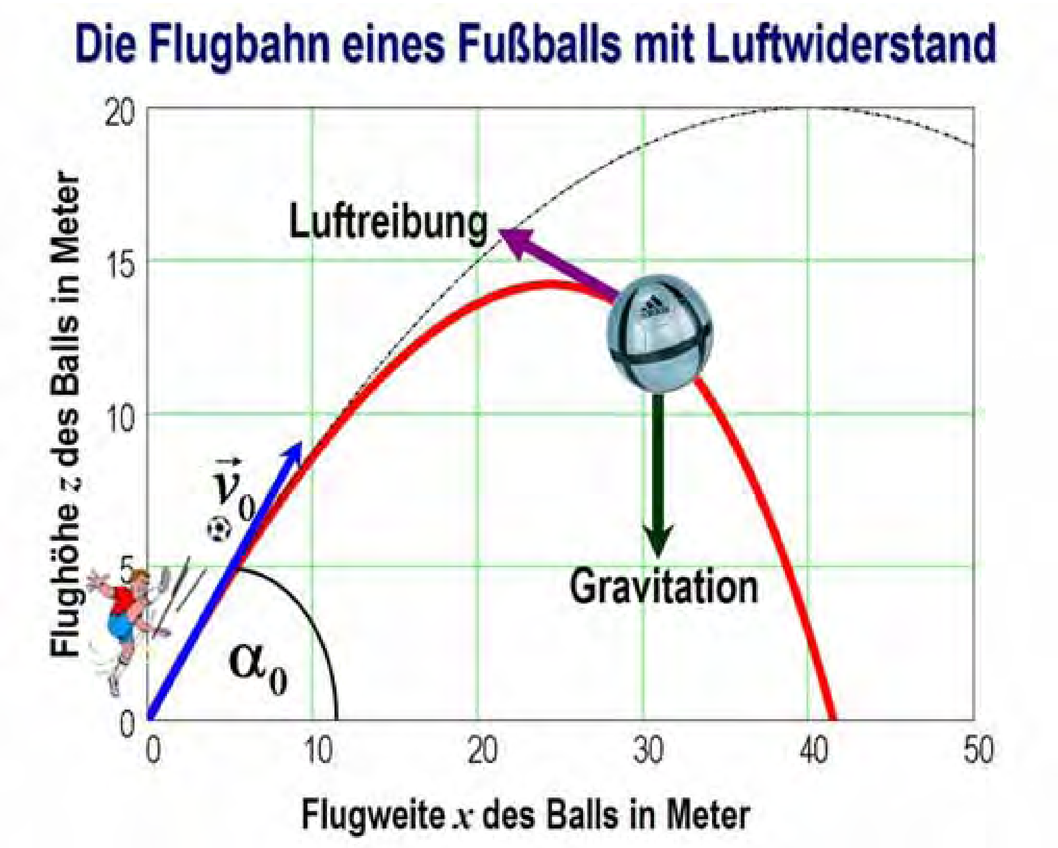
Der Magnus-Effekt

1. Einleitung

Der Magnus-Effekt ist benannt nach seinem Entdecker, Heinrich Gustav Magnus, der diesen Effekt experimentell 1852 experimentell nachwies.[1]

Dieser Effekt ist allgemein bekannt. Zwar nicht jeder kennt seinen Namen, aber die Wirkung die er erzielt. Dieser Effekt ist den meisten aus diversen Ballsportarten bekannt, denn der Effekt wird von den Spielern benutzt um sich spielerische Vorteile zu verschaffen. Man erkennt die Wirkung daran, dass sich ein Ball, nicht auf einer wie zu erwartenden, nur von der Erdgravitation und dem Luftwiderstand festgelegten Flugbahn bewegt, wie in Bild 1.1. zu sehen ist.

Bild 1.1 Flugbahn eines Balls von der Seite ohne Magnus-Effekt



Dieses Bild zeigt die Flugbahn des Balls von der Seite gesehen. Von oben gesehen ist die Flugbahn eine gerade Strecke. Die vom Magnus-Effekt veränderte Flugbahn entsteht bei der Eigendrehung des Balls. Diese veränderte Flugbahn ist abhängig von der Geschwindigkeit des Balls v_0 und von der Winkelgeschwindigkeit ω. Die veränderte Bahn kann in jede Richtung abweichen und über, unter, links oder rechts von der zu erwartenden Bahn liegen, je

1 *http://www.systemdesign.ch/index.php?title=Magnus-Effekt*

nachdem in welche Richtung die Drehachse zeigt. Ich werde in dieser Facharbeit darauf eingehen, wieso eine zur Bahnänderung beitragende Kraft wirkt, wovon diese abhängt, wie groß sie ist und werde versuchen Bilder zu finden, mit denen man die Wirkung besser verstehen und/oder modellieren kann. Grundsätzlich werde ich viele komplexe Vorgänge zu einfacheren abstrahieren, hauptsächlich damit ich die Vorgänge besser mathematisch festhalten kann, aber auch, damit man die grundsätzlichen Probleme lösen kann und diese nicht aufgrund anderer aus den Augen verliert. Ich werde erstmal erklären warum eine Kraft wirkt, dann wie groß diese für einen Zylinder und dann für eine Kugel ist. Die mechanischen Vorgänge sind bei beiden die selben, aber bei der Kugel von größerer Mathematischer Komplexität.

2.Wieso wirkt überhaupt eine Kraft ?

2.1 Erklärung mit Hilfe der Impulserhaltung[1]

Die Kraft die auf einen sich drehenden Ball wirkt, ist aus demselben Grund da aus dem auch Flugzeuge fliegen können. Der sich drehende Ball „induziert" einen kreisförmigen Luftstrom um sich. Wie in Bild 1.2 zu sehen. In diesen Abbildungen gibt die Feldliniendichte die Luftgeschwindigkeit und die Pfeilrichtung die Richtung des Luftstroms an. Wie in Bild 1.3 zu sehen, ist der Luftstrom um einen fliegenden Ball auch ohne Eigendrehung verformt was die Berechnung der Kraft erschwert, auf die ich später zurückkommen werde. Wenn man nun die beiden Luftströmungsfelder addiert, ergibt das ein neues Luftströmungsfeld wie in Bild 1.4 zu sehen.

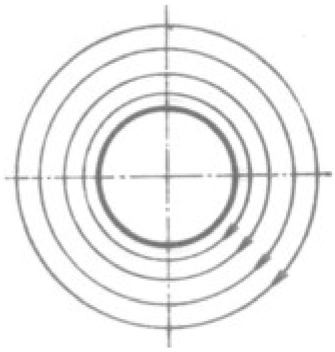


Bild 1.2 Sich drehender Zylinder ohne Anströmung

1 *http://www.systemdesign.ch/index.php?title=Magnus-Effekt*

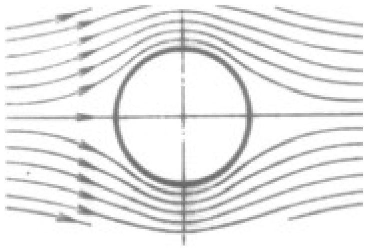


Bild 1.3 Zylinder ohne Drehung in laminarer Strömung

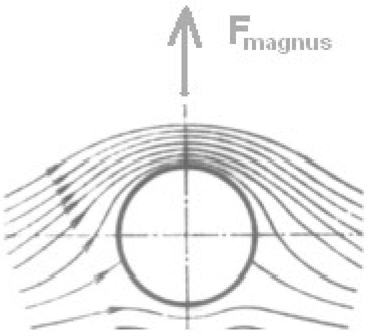


Bild 1.4 Luftströmungsfeld welches sich durch Addition von 1.2 und 1.3 ergibt

An diesem neuen Feld ist gut zu erkennen, dass die Luftgeschwindigkeit oberhalb des Balls höher ist als unterhalb. Die Kraft wirkt senkrecht zur Luftströmung.

Diesen Effekt kennt man von Tragflächen, welche die verschiedenen Geschwindigkeiten ober und unterhalb durch eine Wölbung erreichen wie in 1.5 zu sehen.

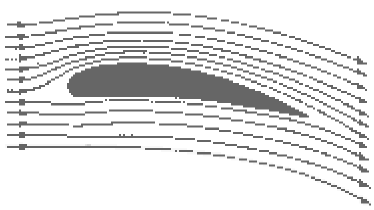


Bild 1.5 Luftstrom um eine Tragfläche

Die Tragfläche „induziert“ genauso einen kreisförmigen Luftstrom um sich selbst wie der Zylinder in 1.2. Die Kraft die wirkt kann leicht dadurch erklärt werden, wenn man beachtet, dass die Luft einen Impuls nach unten bekommt und somit dem Impulserhaltungssatz folgend die Tragfläche oder der sich drehende Zylinder einen Gegenimpuls bekommen muss. Folglich ist die Kraft die auf die Tragfläche bzw. den Zylinder wirkt gleich der Kraft die auf die Luft wirkt, bloß mit umgekehrtem Vorzeichen.

Diese Bilder sind eine vereinfachte Darstellung des experimentell beobachtbaren Luftstroms, dennoch reicht diese Darstellung aus um die Ursache für die

Kraftwirkung zu verstehen.

Es besteht zudem eine Analogie zwischen dem Magnus-Effekt und der Lorentz-Kraft. Wenn man die Bilder 1.2, 1.3 und 1.4 so interpretiert, dass Bild 1.2 das Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters darstellt, Bild 1.3 einen Supraleiter in einem statischen Magnetfeld zeigt und Bild 1.4 das daraus resultierende Magnetfeld abbildet, würde die Lorentz-Kraft auf den Leiter genau in die entgegengesetzte Richtung wirken als die Magnus-Kraft.

3. Wie groß ist die wirkende Kraft ?

3.1 Ansatz über Bernoulli-Formel

Wie groß die Kraft auf den fliegenden sich drehenden Ball ist, kann man auf viele Arten berechnen. Je genauer die Kraft berechnet werden soll, desto mehr und desto komplexer müssen die physikalischen Modelle, die man in die Rechnung mit einbezieht, werden. Ich werde in meinen folgenden Rechnungen versuchen die Größenordnung der durch den Magnus-Effekt auftretenden Kraft zu berechnen und die Faktoren festzustellen, von denen diese abhängt. Zu Beginn werde ich versuchen die Druckunterschiede ober und unterhalb des Balls zu berechnen, anhand der Formel von Bernoulli[2]:

$$\Delta p = (\rho / 2) * (Vo^2 - Vu^2)$$

Δ*p = Druckdifferenz zwischen Oben und Unten*

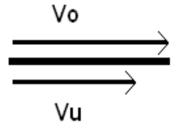
ρ *= Luftdichte*

V_o *= Luftgeschwindigkeit oberhalb einer Fläche*

V_u *= Luftgeschwindigkeit unterhalb einer Fläche*

Diese Formel lässt sich nicht einfach auf sich drehende Kugeln übertragen, denn die für den Einsatz dieser Formel notwendige Situation sieht so aus, dass eine unendlich dünne Platte zwei unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten oberhalb und unterhalb hat, wie in 1.6 zu sehen.

Bild 1.6 Platte mit verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten auf beiden Seiten



2 *http://www.torabi.de/physik/projektlabor/bin/PL%20268%20Magnus-Effekt.pdf*

Dieses Problem versuche ich damit zu lösen, dass ich zuerst nur einen sich drehenden Zylinder betrachte der den selben Durchmesser wie der Ball hat. Dieser Zylinder induziert wie in Bild 1.2 zu sehen einen kreisförmigen Luftstrom um sich selbst. Dieser Luftstrom genau an der Zylinderoberfläche hat 2 Komponenten, eine vertikale V_y *und eine horizontale Geschwindigkeit* V_x*. Die horizontale Komponente ist die wichtige, denn diese kann man direkt zur Anströmungsgeschwindigkeit* V_a *addieren wie in Bild 1.7 zu sehen ist. Zudem gehe ich zur vorläufigen Vereinfachung davon aus, dass der Zylinder ohne Eigendrehung die Luftgeschwindigkeiten an der Zylinderoberfläche nicht verändert, im Gegensatz zu Bild 1.3.*

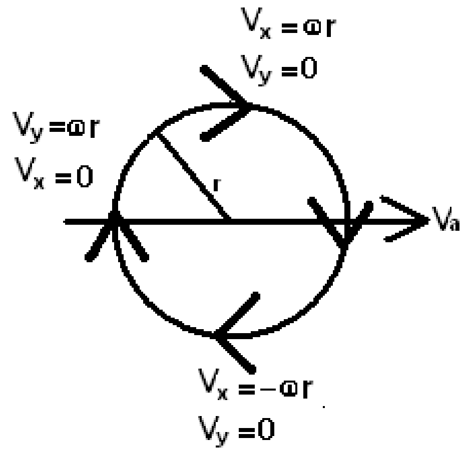


Bild 1.7 Induzierte Oberflächengeschwindigkeiten eines sich drehenden Zylinders

Die Geschwindigkeiten in y-Richtung stehen senkrecht zur Anströmgeschwindigkeit und werden daher von mir vernachlässigt. Die Geschwindigkeiten in x-Richtung sind verschieden, daher muss der Mittelwert von diesen ermittelt werden. Die x-Geschwindigkeit ist abhängig vom Winkel zwischen x-Achse/V_a*-Vektor und dem beobachteten Punkt auf der Zylinderoberfläche. Die Geschwindigkeiten Vx und Vy lassen sich mit einer Sinusfunktion und einer Cosinusfunktion ausdrücken. Für die verschiedenen Geschwindigkeiten in x und y Richtung heißt das also:*

$$V_{Oberfläche}^2 = V_x^2+V_y^2 \; (Pythagoras) \; \blacktriangleright \; \omega r = (\omega r (\sin \alpha))^2 + (\omega r (\cos \alpha))^2$$

Die x-Komponente ist die wichtige, deshalb vernachlässige ich die y-Komponente für meine nächsten Rechnungen. Man kann den Mittelwert der x-Geschwindigkeit an der Oberseite des Zylinders $\overline{Vo}$ *ermitteln durch:*

$$\omega * r * \left| \left(\int_0^{\pi} \sin\alpha \; d\alpha \right) \right| / \pi \; = \; \overline{Vo}$$

Aus dieser Rechnung folgt, dass: $\overline{Vo} = (2/\pi) * \omega * r$ *und weil die Durchschnittsgeschwindigkeit unterhalb des Zylinders die selbe ist, bloß in die Gegenrichtung, folgt:* $\overline{Vu} = -(2/\pi) * \omega * r$

Somit gilt für die Druckdifferenz $\Delta p = (\rho/2) * ((Va + \overline{Vo})^2 - (Va - \overline{Vu})^2)$

Weiter aufgelöst ergibt das: $\Delta p = (4\, Va\, r\, \rho\, \omega)/\pi$

*Und wenn man jetzt den Zylinderquerschnitt als Fläche nimmt, auf die diese Kraft wirkt, gilt für diese Rechtecksfläche A = 2 r * h , mit h als Zylinderhöhe bzw. Länge, ergibt das für die Kraft :* $F = (8\, Va\, h\, r^2\, \rho\, \omega)/\pi$ *Aus diesem Kraftterm kann man schon ersehen, dass die Kraft linear abhängig von der Winkelgeschwindigkeit, der Luftdichte, der Zylinderhöhe und der Anströmgeschwindigkeit. Exponentiell abhängig ist sie vom Zylinderradius. Da die Anströmgeschwindigkeit in dieser Rechnung konstant bleibt, aber in Wirklichkeit an dem oberen und unteren Ende auch beim Zylinder ohne Drehung, wie in Bild 1.2 zu sehen, die doppelte Anströmgeschwindigkeit herrscht, kann man davon ausgehen, dass dieser Kraftterm fehlerhaft ist.*

Ich werde mit einer zweiten Rechnung versuchen den größten realen Druckunterschied zu berechnen. In dieser Rechnung werde ich davon ausgehen, dass die Luftgeschwindigkeit überall auf der Zylinderoberfläche ohne Drehung die maximale Geschwindigkeit von 2 Va hat. Diese Annahme lässt den daraus resultierenden Kraftterm zu groß werden, aber mit dem Ersten verglichen kann man die genaue Kraftwirkung eingrenzen. Wie an Bild 1.7 zu sehen ist, sind die durch die Drehung induzierten Geschwindigkeiten oben und unten am Zylinder in x-Richtung ωr *und –* ωr*.*

Der Druckunterschied ist somit an der obersten und untersten Stelle des Zylinders $\Delta p = (\rho/2) * ((2Va + \omega r)^2 - (2Va - \omega r)^2)$ *. Die daraus resultierende Kraft gilt also für die Zylinderquerschnittsfläche:* $F = 8\, Va\, h\, r^2\, \rho\, \omega$

Dieser Kraftterm ist genau um π *größer als der erste.*

Wir können nun davon ausgehen, dass der tatsächliche Kraftterm irgendwo zwischen dem ersten und dem zweiten liegt, weil der erste die Geschwindigkeitserhöhung auf der Zylinderoberfläche ohne Eigendrehung vernachlässigt und somit die Kraft zu schwach ausfällt und der zweite vernachlässigt dass die Luftgeschwindigkeit nicht überall an der Oberfläche die doppelte Anströmgeschwindigkeit besitzt. Diese beiden Werte, verglichen mit dem Literaturwert zeigen, dass die Annahmen richtig waren. Der Literaturwert[3]

3 *http://pl.physik.tu-berlin.de/groups/pg287/pdf/PG%20287%20II%20-%20Magnuseffekt.pdf*

der Magnuskraft ist bei einem sich drehendem Zylinder größer als der erste von mir errechnete und kleiner als der zweite von mir errechnete Kraftterm:

$$F=16(Vahr^2\rho f) \quad < \quad F=4\pi^2(Vahr^2\rho f) \quad < \quad F=16\pi(Vahr^2\rho f)$$

Somit sind die von mir errechneten Kraftterme etwa 40,5% und 127,3% der eigentlichen Kraft und stellen eine gute Näherung dar.

3.2 Ansatz über die Zirkulation Γ[4]

Der Literaturwert der Kraft ist zu berechnen mit der Potentialtheorie oder mit der Anwendung der Zirkulation Γ. *Da die Potentialtheorie viel komplizierter ist werde ich die Zirkulation zu Hilfe nehmen um dieses Problem zu klären.*

Am Anfang werde ich versuchen zu erklären, was diese Zirkulation ist. Danach werde ich sagen wie man über diese an den korrekten Kraftterm kommt.

Mathematisch ist die Zirkulation die Summe aller Geschwindigkeiten entlang eines geschlossenen Weges um einen umströmten Körper, welcher einen Wirbel induziert wie in Bild 1.2 zu sehen ist. Bei einem Körper der keinen Wirbel induziert wie z.B in Bild 1.3 ist diese Summe gleich 0. Die mathematische Operation dahinter ist $\Gamma=\oint v\,ds$ *. Dies wird vom Satz von Kutta-Jukowski besagt. Optisch kann man sich diese Operation vorstellen wie in Bild 1.7 zu sehen.*

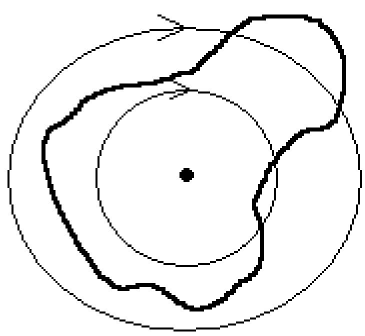


Bild 1.8 Wirbelerzeuger mit Γ ungleich 0

Die Zirkulation hat die Einheit [m² / s] und kann sich so vorgestellt werden, dass ein Körper mit der Zirkulation X eine Kreisbewegung des Mediums um sich

4 *http://www.bmgs.info/Satz+von+Kutta-Schukowski*

herum mit der Geschwindigkeit V auf einer Kreisbahn der Strecke von 2rp aufrecht erhält. In diesem Fall ist der Weg, auf dem die Geschwindigkeit addiert wird, eine Kreisbahn mit dem Radius r auf welchem die Geschwindigkeit genau ωr ist. Nun können wir die Zirkulation des sich drehenden Zylinders berechnen. $\Gamma = Vind * s = \omega r * 2\pi r = 2\pi\omega r^2$ *In diesem Fall wird die Geschwindigkeit nicht in X und Y Richtung aufgeteilt sondern einfach der Betrag betrachtet. Der Satz von Kutta-Jukowski besagt:*

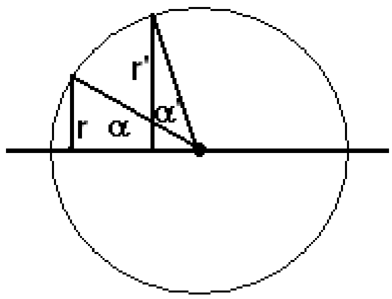
„Die Zirkulation beschreibt hier das Maß einer sich um ein Profil drehenden Strömung, die von einer Parallelströmung überlagert wird. Dieser Effekt tritt zum Beispiel an einem umströmten Tragflügel auf, wenn sich die Stromlinien der Parallelströmung und Zirkulationsströmung überlagern. Dies bewirkt, dass sich an der Oberseite des Tragflügels eine Auftriebskraft F bildet, die zum Abheben des Tragflügels führt."

Das heißt: $F = \Gamma h Va \rho$ *und nach vorherigen Berechnungen:* $F = 2\pi\omega r^2 h Va \rho = 4\pi^2 (Va h r^2 \rho f)$ *also genau die Literaturformel.*
Diese Kraft wirkt auf einen Zylinder mit der Drehfrequenz f , dem Radius r und einer Höhe h in einem Medium mit der Dichte ρ .

3.3 Kraftwirkung auf den Ball erklärt über die Zirkulation

Wie vorhin beschrieben, will ich zudem die Kraft die auf einen Ball wirkt berechnen. Diese Kraft lässt sich am besten mit der vorhin angewandten Methode über die Zirkulation errechnen. Dazu muss man sich klarmachen, dass an jedem Punkt entlang der Drehachse ein anderer Radius und somit auch eine andere Zirkulation herrscht wie in Bild 1.9 zu sehen ist.

Bild 1.9 verschiedene Radien einer sich drehenden Kugel (von vorne gesehen) in Abhängigkeit vom Winkel



Aus diesem Grund kann man für die Kugel keine einzelne Zirkulation angeben, *sondern muss die durchschnittliche Zirkulation berechnen. Wie auf dem Bild oben zu sehen ist, ist der Radius direkt proportional zu dem Sinus des dazugehörigen Winkels. Jetzt muss man nur noch dieses Verhältnis in die Formel für die Zirkulation einsetzen und wir kriegen die Zirkulation für jeden Punkt des Kreises in Abhängigkeit vom Winkel. Jeder von den beiden in der Formel auftauchenden Radien ist von* α *abhängig, denn der erste Radius bezieht sich auf die Induzierte Luftgeschwindigkeit welche mit kleiner werdendem Radius auch kleiner wird. Der zweite bezieht sich auf den Additionsweg beim Linienintegral, welcher auch von r abhängig wird. Die Formel schaut so aus:*

$$\Gamma(\alpha)=\omega r(\sin\alpha)*2\pi r(\sin\alpha)=2\pi\omega r^2(\sin\alpha)^2$$

Jetzt muss man, um die durchschnittliche Zirkulation zu berechnen, das Integral zwischen 0 und π *bilden und dann das Ergebnis durch den Integrierweg teilen, in diesem Fall* π *. Dies hat zur Folge, dass man so tut als wäre die Fläche unter dem Graph ein Rechteck, von dem eine Seite* π *ist und die andere die durchschnittliche Zirkulation* $\overline{\Gamma}$ *.*

Rechnerisch bedeutet dies:

$$\left(\int_0^{\pi} 2\pi\omega r^2(\sin\alpha)^2 d\alpha\right)/\pi=2\pi\omega r^2\left(\int_0^{\pi}(\sin\alpha)^2 d\alpha\right)/\pi$$

Aufgrund eines mathematischen Zusammenhangs kann man belegen, dass der Durchschnittswert von einer $(\sin\alpha)^2$ *-Funktion 0,5 ist. Dies kann man gut erkennen in Bild 1.10*

Der sich ergebende Wert ist $\overline{\Gamma}=\pi\omega r^2$ *. Mit dieser Zirkulation können wir wie beim Zylinder die Kraft berechnen. Dafür muss man nur für die Höhe den Kreisdurchmesser 2r einsetzen weil das Profil nicht konstant oder gleichbleibend sein muss, es muss nur den dazugehörigen Zirkulationswert haben, aus diesem Grund ist dieser Radius ohne Faktor. Der fertige Kraftterm für den Ball ist :*

$$F=\overline{\Gamma}\,2r\,Va\,\rho=\pi\omega r^2\,2r\,Va\,\rho=4\pi^2(Va\,r^3\rho\,f)$$

Wie wir sehen können ist die Kraft proportional zu r^3 *oder anders gesagt, aus doppeltem Radius resultiert die achtfache Kraft.*

Somit habe ich alle Kraftterme berechnet die ich haben wollte, einen für den Zylinder und einen für die Kugel. Diese Terme lassen sich auch über andere Weisen herleiten, z.B über den Satz von Bernoulli. Der Kraftterm für die Kugel lässt sich zudem von der Formel des Zylinders ableiten, wenn man diese auf die Zylinderoberfläche bezieht und dann die Kreisoberfläche einsetzt. Diese Herleitungsweisen sind aber weniger allgemein, denn man kann über den Satz von Bernoulli nur über sehr große Umwege auf den Kraftterm der Kugel kommen. Dies würde vielmehr Erklärungen zur Strömungslehre nach sich ziehen als es bei *der Zirkulation der Fall ist.*

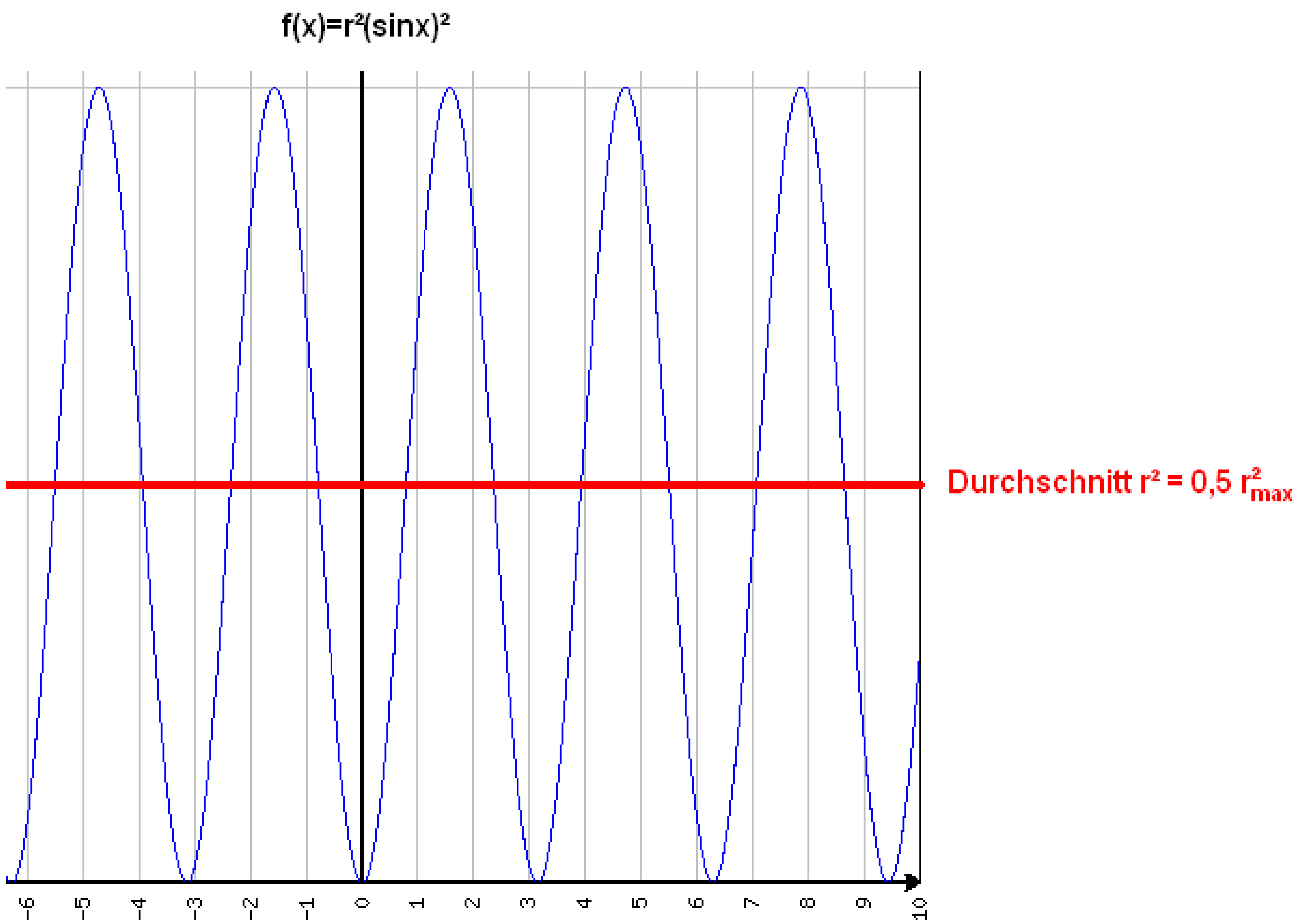


Bild 1.10 (sinx) ² – Funktion mit dem sich daraus ergebendem Durchschnittswert 0,5 [5]

4. Wo begegnen wir dem Magnus-Effekt ?

Wie ich bereits anfangs erwähnt habe, ist der für uns üblichste Ort an dem wir dem Magnus-Effekt begegnen ein Ballspiel. Dieser Effekt hat in verschiedenen Ballsportarten verschiedene Namen wie die „Bananenflanke“ oder „Effet“ beim Fußball, der „Back“- oder “Topspin“ beim Tennis oder der „Curveball“ beim Baseball. Alles verschiedene Namen für den selben Effekt. Doch Sport ist natürlich nicht das einzige wo dieser Effekt eine Rolle spielt. Die Industrie, vor allem der Schiffbau ist in letzter Zeit darauf aufmerksam geworden, denn in der Zeit in der Rohstoffe knapp werden sucht man nach neuen Antriebsarten um Energie zu sparen. Der sogenannte „Flettner-Antrieb“, benannt nach seinem Erfinder, Anton Flettner, der in den dreißiger Jahren versucht hat mit Hilfe des

5 *„Metzler Physik“ von J.Grehn J.Krause S. 278*

Magnus-Effektes das Segel zu ersetzen. Wie man in Bild 2.1 sehen kann sind die sogenannten Flettner-Rotoren so eine Art sich drehende Litfasssäulen, welche die resultierende Kraft zwischen der Magnus-Kraft und der Kraft des Luftwiderstandes nutzt um das Schiff voranzutreiben. [6]

Bild 2.1 Flettner-Rotor auf einem Segelboot

Es wird etwa 1% der Energie den dieser Antrieb fördert gebraucht um die Rotoren in Rotation zu halten. Diese Technik hat sich damals nicht durchsetzen können, weil die meisten Motoren auf Dieselantrieb umgestellt wurden, wegen der höheren Reisegeschwindigkeit und weil die Rohstoffkosten sehr gering waren.

Es wurde auch versucht einen Flugzeugprototyp mit Flettner-Rotoren anstatt von Tragflächen zu bauen, da im Windkanal erstaunliche Auftriebswerte gemessen wurden, welche etwa zehn mal höher lagen als bei Tragflächen. Dieses Prinzip hat sich nicht durchgesetzt, da der Luftwiderstand der Rotoren zu groß war, der Materialverschleiß zu hoch und das Risiko, durch einen Ausfall eines Rotors ein Flugzeug zu verlieren, zu hoch war. [7]

Weil die Marktpreise für Rohstoffe in letzter Zeit sehr hoch sind und weiter zu steigen drohen, werden neue und energieeffizientere Antriebe gesucht. Der Flettner-Antrieb eignet sich da sehr gut, da die Wartungszeit der Rotoren sehr klein ist, im Vergleich zu einem herkömmlichen Segel, und eine vergleichsweise hohe Reisegeschwindigkeit erreicht werden kann. Man muss dazu sagen, dass die meisten modernen Schiffe die diese Technik nutzen, diese nur als Zusatzantrieb nutzen weil man bei dieser Technik auf den Wind angewiesen ist und man in der modernen Welt nicht ein Schiff auf See stehen lassen kann, bis

6 *http://www.daily-innovation.de/50226711/flettnerantrieb_amoderner_segelantrieb.php*

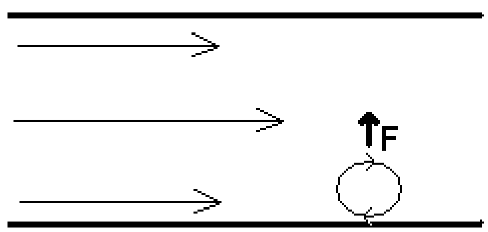
7 *http://www.sunny-boxwing.de/rotorfluegel.htm*

ein passender Wind gegeben ist. Diese Technik kann den Energieverbrauch um etwa 40% senken.

Am besten ist dieser Antrieb geeignet um autonom funktionierende Schiffe zu betreiben, denn in der Zeit von günstigen Winden kann das Schiff über eine Schiffsschraube große Batterien aufladen und die Rotoren in Rotation halten, diese Batterien können bei ausbleibendem Wind die Schiffsschraube antreiben und somit das Schiff immer in Bewegung halten. Bei Schiffen welche keinen Zeitdruck haben, wie es bei autonom funktionierenden der Fall ist, braucht man somit keinen Zusatzantrieb mehr.

Es gibt aufgrund dieser Eigenschaften einen Plan um die Erderwärmung mithilfe einer Technik die sich den Magnus-Effekt zu Nutze macht, zu bekämpfen, indem man Schiffe mit Flettner-Antrieb Meerwasser auf See entsalzen und verdampfen lässt. Die Energie dafür wird über die Schiffsschraube gewonnen, welche sich bei einem mit Flettner-Antrieb ausgerüstetem Schiff dreht, solange das Schiff vom Wind angetrieben wird. Das verdampfte Wasser steigt auf große Höhen und bildet eine Cirrus-Bewölkung, welche die Sonnenstrahlen reflektieren und somit die Erde abkühlen.[8]

Die Natur macht sich diesen Effekt auch zu Nutze und obwohl es uns nicht bewusst ist könnten wir in unserer Form nicht ohne ihn überleben. Das Blut in unseren Adern besteht aus Blutplasma und den anderen, zum Großteil festen Teilen. Diese festen Bestandteile könnten sich aufgrund von der geringeren Geschwindigkeit des Blutplasmas an der Aderwand ablagern und die Ader auf Dauer verstopfen. Dies tun sie jedoch nicht, aufgrund des Magnus-Effektes, die Teile, welche sich der Aderwand nähern, werden auf der wandnahen Seite stärker abgebremst als auf der wandfernen Seite. Dieser Umstand versetzt sie in eine Rotation und von dem nachströmenden Blutplasma umströmt treibt sie die Magnus-Kraft zurück in die Mitte der Ader. [9]



8 *http://www.spiegel.de/wissenschaft/natur/0,1518,548857-4,00.html*

9 *www.rzg.mpg.de/~rfs/comas/lectures/SportundPhysik/materialien/Aerodynamics/Schulprojekt/Vortrag-Material.doc*

Bild 2.2 Sich drehender Blutbestandteil in einer Ader

5.Beispielrechnungen zum Magnus-Effekt. [10]

5.1 Flettner-Rotor

Zu Beginn werde ich ausrechnen wie groß die Kraft ist, die anhand der Flettner-Rotoren auf ein Schiff wirkt. Dazu werde ich einen durchschnittlichen Öltanker nehmen und davon ausgehen, dass auf diesem Öltanker acht Flettner-Rotoren positioniert sind. Für diese Flettner-Rotoren werde ich die Maße der zur Zeit modernsten Rotoren nehmen die auf einem Schiff im Einsatz sind. Diese Rotoren sind auf einem Schiff namens „E-Ship“[11] montiert,die Stückzahl ist halb so groß wie in meiner Berechnung, also 4. Aus dem Grund, dass das „E-Ship“ (130 Meter) etwa halb so lang ist ein Öltanker (301 Meter), habe ich angenommen, dass dieser mit doppelt so vielen Rotoren, also acht Stück ausgerüstet ist. Ich werde einfach die Werte nehmen die für einen Öltanker angegeben sind und werde mich nicht auf dessen Widerstandswert der die sogenannte „Fraude-Zahl“ beziehen, weil das zu weit vom Thema wegführt.
Als Standartöltanker nehme ich den 1989 verunglückten Öltanker „Exxon Valdez“ dessen Bauart immer noch im Einsatz ist.

Bild 2.3 Der Öltanker „Exxon Valdez“

Das Schiff hat eine maximale Masse von 240 000 000 Kilogramm und eine maximale Reisegeschwindigkeit von 30 Km/h bei einer Motorleistung von 23,8 Megawatt. Daraus lässt sich die Widerstandskraft bei dieser Geschwindigkeit

10 *http://www.modelltanker.de/html/exxon_valdez.html*
11 *http://www.heise.de/newsticker/Turbosegel-Frachter-E-Ship-1-vom-Stapel-gelaufen--/meldung/113728*

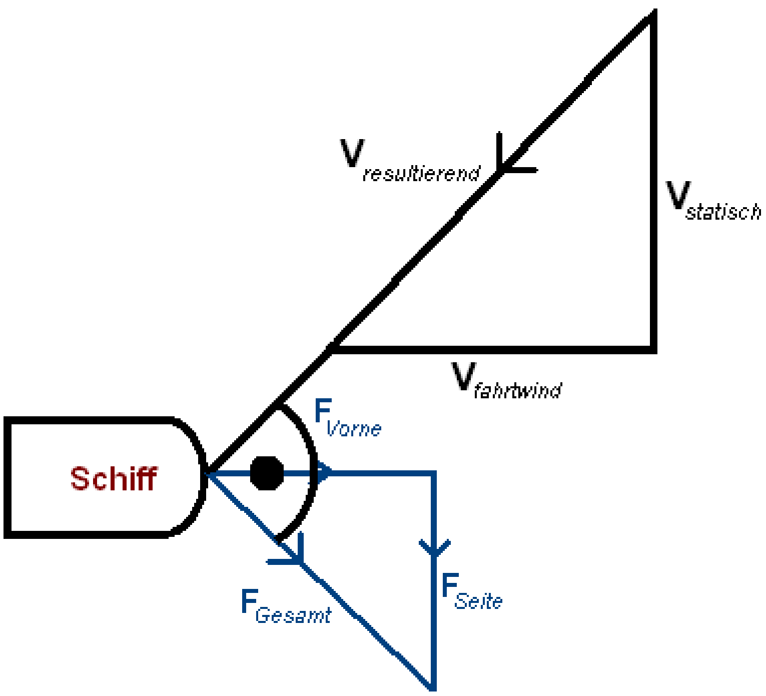
berechnen, welche bei 2,8 MN liegt.

Die Rotoren die auf dem „E-Ship“ montiert sind haben eine Höhe von 27 Metern, einen Radius von 2 Metern und eine Maximale Drehfrequenz von 2 Hz.

Ich gehe davon aus, dass der Luftwiderstand bei einem Schiff dieser Größenordnung viel größer ist als der der Rotoren, und dieser somit vernachlässigbar wird. Die durchschnittlichen Windgeschwindigkeiten auf See alternieren je nach Region, im Südatlantik zum Beispiel um die 15 m/s am Äquator etwa 5 m/s. Ich nehme eine Geschwindigkeit von 10 m/s weil diese weder zu groß noch zu klein für die meisten Gebiete ist.

Nun kann ich die Kraft berechnen, welche das Schiff antreibt. Dazu nehme ich den Kraftterm für den Zylinder und setze die von mir bekannten Größen ein. Im Idealfall würde der statische Wind senkrecht von der Seite auf das Schiff treffen und die daraus folgende Magnus-Kraft würde das Schiff direkt nach vorne antreiben. Da der wahre Wind nicht direkt nach vorne kommt sondern aus dem Fahrt- und dem statischen Wind resultieren würde spielt keine Rolle weil das Schiff die seitliche Kraftkomponente ausgleichen kann. Die nach vorne gerichtete bleibt aber gleich, wie in Bild 2.4 zu sehen.

Bild 2.4 Zusammenhang zwischen Kräften und Wind



Solang $V_{statisch}$ und V_{fahrt} senkrecht aufeinander liegen bleibt die Kraftkomponente F_{vorne} gleich. Aus diesem Grund muss nur der statische Wind *betrachtet werden. Der Kraftterm für den Zylinder ist:* $F=4\pi^2(V a h r^2 \rho f)$ *mit den Werten: Va = 10 m/s; h = 27 m; r = 2m;* $\rho = 1{,}3$ *kg/m³ ; f = 2 Hz. Die Magnus- Kraft die von acht Zylindern erzeugt wird, ist 890 kN was etwa 1/3 der Kraft ist die der Motor auf das Schiff ausüben kann. Man muss bedenken, dass die von mir in die Gleichung eingesetzten Zylinder für ein, um ein vielfach kleineres Schiff entwickelt wurden.*

Ich werde nun ausrechnen wie groß die Zylinder sein müssten, um die gleiche Schubkraft erzeugen zu können wie der Dieselmotor des Öltankers. Ich werde die Höhe und Drehfrequenz, sowie die Anzahl der Zylinder gleich lassen und nur schauen bei welchem anderem Radius die benötigte Kraft rauskäme, denn es ist technisch schwerer, höhere Zylinder aufzustellen, weil man diese besser ausbalancieren müsste, zudem würde es schwerer werden die Hebelwirkung zu beherrschen. Die Frequenz lasse ich gleich, weil es technisch aufwendig ist eine höhere zu erreichen. Den Radius vergrößere ich in der Annahme, dass man die größeren Zentrifugalkräfte technisch in den Griff bekommt. Wenn man jetzt die 2,8 MN als den benötigten Kraftwert nimmt und nach r auflöst, kommt man auf einen Radius von 3,6 Metern. Dies wäre nötig um bei idealen Verhältnissen den Dieselantrieb ausschalten zu können und das Schiff vom Wind antreiben zu lassen.

5.2 Freistoß von Roberto Carlos[12]

Das zweite Beispiel, welches ich durchrechne, ist wie groß der Unterschied wäre, bei einem Freistoß beim Fußball mit und einem ohne Magnus-Effekt. Dazu brauche ich erst einmal die Maße eines normalen Fußballs. Diese Maße sind beim Profifußball ein Radius von 11cm und eine Masse von etwa 0,43 kg. Ich werde als Musterfreistoß einen Freistoß nehmen, wie er von Roberto Carlos 1997 bei einem Freundschaftsspiel zwischen Brasilien und Frankreich geschossen wurde. Wie auf dem Bild 2.5 zu sehen ist

12 *http://video.google.com/videosearch?q=roberto+carlos+free+kick+hd&emb=0&aq=1#*

Bild 2.5 Freistoß von Roberto Carlos beim Spiel zwischen Brasilien und Frankreich

beträgt die Distanz zwischen Tor und Freistoßpunkt etwa 32 Meter und bei mehrfacher Zeitmessung habe ich eine Flugdauer des Balls von 1,1 Sekunden gemessen, was eine Fluggeschwindigkeit von etwa 29 m/s bzw. etwa 105 km/h bedeutet. Ich werde anhand von den Bildern dieses Freistoßes berechnen wie schnell sich der Ball gedreht haben muss, damit der Freistoß so aussieht wie er zu sehen ist. Wie man sehen kann fliegt der Ball etwa 1,5m neben dem linken Spieler in der Mauer vorbei. Der Ball trifft zum Schluss genau den Pfosten. Dies sind in Verbindung mit dem Freistoßpunkt, welcher genau mittig auf dem Spielfeld liegt, genau die Punkte die man braucht um die Flugbahn des Balls zu berechnen und auch um die Drehfrequenz raus zu finden.

Bild 2.6 Ball liegt genau in der Mitte des Spielfeldes

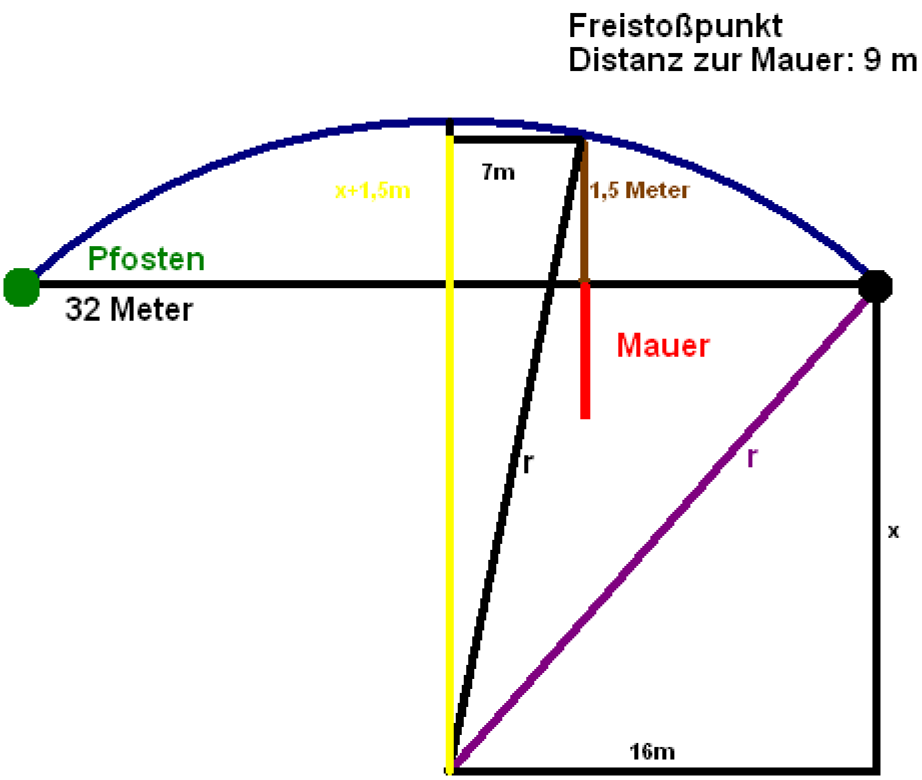
Bild 2.7 Ball befindet sich etwa 1,5 Meter neben der Mauer

Bild 2.8 Ball trifft genau den Pfosten und springt ins Tor

Ich habe für diesen Freistoß keine exakten Angaben, die es aber auch nicht braucht, denn ich will anhand dieser Rechnung überprüfen ob die Dimensionen des von mir errechneten Terms für die Magnus-Kraft, welche auf eine Kugel wirkt, stimmen oder in Realität von anderen Effekten überschattet werden. Ich will nicht die exakte Frequenz errechnen.

Der Ball befindet sich, ohne Luftwiderstand, theoretisch auf einer perfekten Kreisbahn, welche daraus resultiert, dass die Kraft immer senkrecht zu Bewegungsrichtung und Drehachse steht. Daraus resultiert eine Kreisbahn, bei welcher die Magnus-Kraft die Rolle der Zentripetalkraft übernimmt. Zuerst muss *man den beobachteten Radius der Kreisbahn in die Zentripetalkraftgleichung einsetzen und zum Schluss diese mit der Magnus-Kraft gleichsetzen und nach der Drehfrequenz auflösen. Erstmal muss man die Freistoßsituation auf eine geometrische Darstellung abstrahieren. Man weiß, dass auf der Linie zwischen Freistoßpunkt und dem Pfosten den der Torwart nicht bewacht, der Spieler ganz außen in der Mauer steht, weil man im Fußball die Mauer so positioniert. Die Mauer steht etwa 9 Meter vom Freistoßpunkt entfernt und die Distanz zur Tormitte ist 32 Meter. Das Tor ist 7,3 Meter breit und somit ist die Distanz von Freistoßpunkt zum Pfosten nur unbedeutend mehr als 32 Meter. Aus diesem Wissen und dem Wissen davor kann man die Situation wie in Bild 2.9 dargestellt abbilden.*

Bild. 2.9 Geometrische Darstellung der Freistoßsituation.



Man kann über den Pythagoras das x bestimmen und über dieses dann mit $r^2 = 16^2 + x^2$ auf den Radius kommen. Dafür muss man erstmal mit den anderen bekannten Größen r^2 ausdrücken also $16^2 + x^2 = (1{,}5 + x)^2 + 7^2$. Dann nach x auflösen und in der oberen Gleichung einsetzen. Man bekommt für den Radius etwa 70 Meter. Nun nur noch die Kraftterme der Magnus und der Zentripetalkraft gleichsetzen und nach der Frequenz auflösen. Also:

$m\,Va^2/R = 4\pi^2(Va\,r^3\rho f)$ *daraus folgt* $m\,Va/(R\,4\pi^2 r^3\rho) = f$

mit m = 0,43 kg; Va = 29 m/s; R = 70 m; r = 0,11 m; ρ = 1,3 kg/m³ .

Alles in diese Gleichung eingesetzt, ergibt das für die Frequenz einen Wert von 2,6 Hz. Dieser Wert ist ein absolut realistischer Wert wie man ihn im Fußball häufig sieht, es ist zudem kein Problem eine Frequenz die weit höher ist zu erreichen.Man sollte dazu sagen, dass die meisten meiner vom Video abgeschätzten Zahlen eigentlich eine gültige Stelle haben und das Ergebnis somit sinnvollerweise mit 3Hz angegeben werden sollte. Wenn man sich den Freistoß in guter Qualität anschaut und die Umdrehungen zählt, wie ich es nach bestem Gewissen gemacht habe, wird man Feststellen dass sich der Ball in etwa 3 – 6 mal dreht, und das in einer guten Sekunde Flugzeit. Die beobachtete Frequenz ist somit nur minimal größer als die von mir errechnete. Leider kann ich aus dem mir vorliegendem Material nicht sagen wie oft es genau geschieht weil man teilweise den Ball nicht sieht und die Aufnahmen sind auch zu schnell. Außerdem müsste die Drehachse für meine Rechnung genau senkrecht zum Boden stehen. Aber da die von mir verwendeten Angaben sehr ungenau waren, und ich unter anderem den Luftwiderstand vernachlässigt habe, kann man sehr wohl sagen, dass die von mir hergeleitete Formel zumindest die richtige Größenordnung hat und, dass der Magnus-Effekt der dominierende in diesem Fall war und nicht völlig überschattet wurde von einem anderen Effekt.
Die Kraft die auf diesen Ball wirkt beträgt folglich etwa 5 Newton. Dieser Wert ist erstaunlich groß wenn man bedenkt, dass die Gravitationskraft die auf den Ball wirkt nur 4 Newton ausmacht.
Hätte bei diesem Freistoß keine Magnus-Kraft gewirkt wäre der Ball etwa 7,5 Meter neben das Tor gegangen, also eine ganze Torbreite. Daraus kann man erkennen, dass der Magnus-Effekt im Fußball einen Unterschied zwischen einem perfekten Schuss und einem schlechten Torversuch ausmachen kann.

6. Schlusswort

Alles in allem würde ich sagen, dass der Magnus-Effekt ein Effekt ist den wir im Alltag wenig nutzen. Es gibt wenige technische Entwicklungen die ihn sich zunutze machen und eigentlich sieht es so aus, dass diese Technik nur zaghaft Fuß fassen wird, denn die Technik ist nur in großem Maßstab nutzbar und weniger zuverlässig als z.B eine Tragfläche oder ein Segel. Ich glaube sie wird nur ein Ausläufer der neuen energiesparenden Technologien bleiben.
Im Sport ist dieser Effekt häufig vertreten und die Spieler müssen lernen ihn intuitiv zu verstehen, wenn sie ihre Sportart beherrschen wollen. In verschiedenen Sportarten ist dieser Effekt verschieden wichtig. Beim Billard kommt dieser Effekt nicht zum tragen obwohl er dort genauso vorkommt. Beim

Tischtennis kann man ohne diesen Effekt nicht gut spielen. Den Effekt mathematisch in den Griff zu kriegen ist für Sportarten nur von nebensächlicher Bedeutung. In der Technik ist es natürlich notwendig aber dafür muss man noch weitere mathematisch viel komplexere Vorgänge verstehen bevor man diese Technik effektiv nutzen kann. Ich finde die Herleitung der notwendigen Formeln gibt einen guten Einblick in die Strömungslehre und die Zirkulation ist eine nützliche Größe, die man viel einfacher anhand eines sich drehenden Zylinders erklären kann als anhand einer Tragfläche. Man kann gute Lehren aus der Herleitung ziehen und es war interessant zu sehen, dass man mathematische und physikalische Ähnlichkeiten, zwischen der Elektrizitätslehre und der Strömungslehre finden kann. Diese gehen soweit, dass man die Linke-drei-Finger-Regel auf ein Objekt anwenden kann, dessen Zirkulation ungleich Null ist, wenn man den Luftstrom als das Magnetfeld betrachtet und den elektrischen Strom als die Zirkulation, dessen induziertes Magnetfeld dem induzierte Luftwirbel entspricht. Sogar mathematisch gibt es zwischen der Zirkulation und dem elektrischen Strom eine Verbindung denn $\Gamma = \oint v\, ds$ *entspricht*

$I \mu = \oint B\, ds$.

Allein aus diesem Beispiel kann man erkennen wie geschickt die Physik aufgebaut ist und insgesamt war es sehr interessant auf eigenem Weg ein, für mich neues, Gebiet der Physik zu erkunden.

Literaturverzeichnis

Verwendete Bücher:

„Metzler Physik“ von J.Grehn J.Krause

Internetadressen:

http://www.systemdesign.ch/index.php?title=Magnus-Effekt

http://www.torabi.de/physik/projektlabor/bin/PL%20268%20Magnus-Effekt.pdf

http://pl.physik.tu-berlin.de/groups/pg287/pdf/PG%20287%20II%20-%20Magnuseffekt.pdf

http://www.bmgs.info/Satz+von+Kutta-Schukowski

http://www.daily-innovation.de/50226711/flettnerantrieb_amoderner_segelantrieb.php

www.rzg.mpg.de/~rfs/comas/lectures/SportundPhysik/materialien/Aerodynamics/Schulprojekt/Vortrag-Material.doc

http://www.modelltanker.de/html/exxon__valdez.html

http://www.heise.de/newsticker/Turbosegel-Frachter-E-Ship-1-vom-Stapel-gelaufen--/meldung/113728

http://video.google.com/videosearch?q=roberto+carlos+free+kick+hd&emb=0&aq=1#

Erklärung zur Facharbeit

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlichen und sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe.

Augsburg, den ....

....

Unterschrift